Thomas Bonart

Mikroökonomie
Skript

Grundlagen, Beispiele,
Aufgaben

Vorwort

Das wichtigste Ziel für Studierende der Wirtschaftswissenschaften im Grundstudium an einer Hochschule besteht darin, ökonomisch denken zu lernen. Nicht das praktisch anwendbare Detailwissen oder die spezialisierte Auseinandersetzung mit einzelnen Theorien steht in dieser Phase des Studiums im Vordergrund, sondern das Begreifen des gemeinsamen Erkenntnisgegenstandes und der gemeinsamen Erkenntnismethodik, die den Kern der Wirtschaftswissenschaften ausmachen.

Bei der Vermittlung ökonomischen Denkens besitzt die Mikroökonomie eine herausragende Stellung. Sie legt die Grundprinzipien rationaler Entscheidungen über die Verteilung knapper Ressourcen im Unternehmen und im privaten Haushalt offen, zeigt die Funktionsweise des Marktsystems unter unterschiedlichen Wettbewerbsbedingungen, verwendet Modelle und Abstraktionen und ermöglicht eine logische und methodisch saubere Auseinandersetzung mit ökonomischen Fragestellungen.

Im Skript werden Grundkenntnisse der Differentialrechnung vorausgesetzt. Der Text wurde durch zahlreichen Beispiele, Abbildungen und Rechenaufgaben ergänzt, so daß es sich auch zum Selbststudium eignet.

Trier, im April 2003 **Thomas Bonart**

Inhaltsverzeichnis

Symbolverzeichnis

a, A, α	Skalar, Index
b, B, β	Skalar, Index
B	Budget, Budgetgerade
c, C	Skalar, Konstante
d, Δ	Differenz
db	Stückdeckungsbeitrag
DB	Deckungsbeitrag
DB'	Grenzdeckungsbeitrag
e	Elastizität
E	Erlös
E'	Grenzerlös
f, F	Funktion
g, G	Funktion
$\mathbf{G}$	Gini-Koeffizient
h, H	Funktion
$\mathbf{H}$	Herfindahl Index
i	Index
j	Index
k	Stückkosten, Index
k^B	Stückkosten der Branche
k_V	variable Stückkosten
K	Gesamtkosten
K'	Grenzkosten
K^S	soziale Gesamtkosten
K_V	variable Gesamtkosten
κ	Kostenbudget
L	Arbeitszeit
m	Index
n	Index
$\mathbb{N}$	Menge der natürlichen Zahlen
p	Preis
P	Produkt
π	Stückgewinn
Π	Gewinn
q	Angebotsmenge eines Unternehmens, Produktionsfunktion
Q	Absatzvolumen, aggregierte Angebotsfunktion
$\mathbb{Q}$	Menge der rationalen Zahlen
r	Faktormenge
$\mathbb{R}$	Menge der reellen Zahlen
s	Marktanteil
S^K	Käuferrente
S^V	Verkäuferrente
t	Skalar
U	Nutzen, Nutzenfunktion
$\overline{U}$	Indifferenzkurve, Nutzenniveau
w	Faktorpreis
x	Nachfragemenge eines Konsumenten, individuelle Nachfragefunktion
$\mathbf{x}$	Güterkorb
X	Nachfragemenge im Markt, aggregierte Nachfragefunktion
Z	Güterkorb, Zustand, Ereignis
$\mathbb{Z}$	Menge der ganzen Zahlen

1 Einleitung

1.1 Gegenstand und Methode

Die Mikroökonomie beschäftigt sich mit dem

- Entscheidungsverhalten der **Unternehmen**
- Entscheidungsverhalten der **privaten Haushalte**
- der **Koordination** des Entscheidungsverhaltens in einem System von Märkten.

Gegenstand der Mikroökonomie $\left\{ \begin{array}{l} \text{Verhalten der einzelnen Unternehmen} \\ \text{und privaten Haushalte in Märkten} \\ \Downarrow \\ \text{Verhalten des Marktsystems} \end{array} \right.$

Von den privaten Haushalten und Unternehmen geht die Aktivität des Marktsystems aus. Sie treffen Entscheidungen über nachgefragte und angebotene Gütermengen und Tauschpreise. Sehr viele Einflußgrößen (Vermögensverteilung, Konsumwunsch, Gewinninteresse, Wetter, Informationen etc.) wirken auf das Entscheidungsverhalten ein. Jede Nachfrage und jedes Angebot stellt eine Kraft dar, die auf das Marktsystem einwirkt. In einem **Gleichgewicht** ruht das System und alle Kräfte gleichen sich aus: Der nachgefragten Menge steht eine entsprechende angebotene Menge gegenüber. **Stabilität** liegt vor, wenn das System, welches durch Kräfte aus dem Gleichgewicht geworfen wird, nach einer Anzahl von Schwingungen und Turbulenzen von selber wieder in das Gleichgewicht zurückfindet.

> Übersteigt **beispielsweise** die angebotene Menge die nachgefragte Menge, dann kann es zu Preisveränderungen kommen. Hieraus resultieren Entscheidungsveränderungen der privaten Haushalte und Unternehmen, so daß sich die angebotenen und nachgefragten Mengen verändern. Unter bestimmten definierten Bedingungen führt dieser Anpassungsprozeß in ein Gleichgewicht.

Zur analytischen Erfassung der individuellen Verhaltensweisen und der Koordinationsmechanismen benötigen wir vereinfachende Abbildungen (vgl. Abb. 1, S. 2). **Modelle** reduzieren die Komplexität der Realität. Sie verfügen aber über wesentliche Eigenschaften des durch sie beschriebenen Gegenstandes.

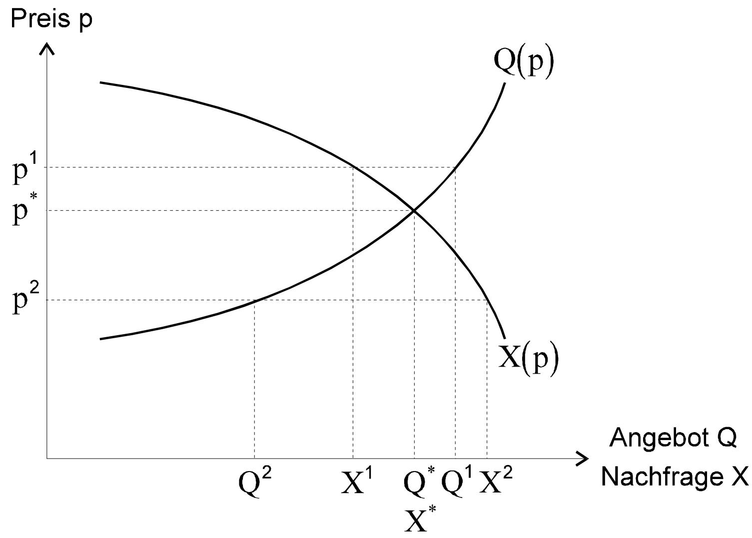


Abb. 1: Gleichgewicht auf einem Wettbewerbsmarkt

Die Angebotsfunktion $Q(p)$ und die Nachfragefunktion $X(p)$ basieren auf der Prämisse geordneten Verhaltens im Markt. Man schätzt sie aus tatsächlichen Verhaltensbeobachtungen der Anbieter und Nachfrager. Abweichungen zwischen den Funktionen und den beobachteten Werten erklären sich durch Störgrößen im System. Die **Angebotsfunktion** $Q(p)$ beschreibt das Verhalten der Anbieter: Beim Marktpreis p^1 wird die Menge Q^1 angeboten, bei p^2 nur die Menge Q^2. Strikt von der Angebotsfunktion trennt man die **Nachfragefunktion** $X(p)$, die das Nachfrageverhalten der Kunden beschreibt. Bei p^1 fragen Käufer X^1 Einheiten des Gutes nach und bei p^2 bereits X^2 Einheiten. Im Schnittpunkt zwischen Angebots- und Nachfragekurve werden das Angebotsverhalten und das Nachfrageverhalten effizient **koordiniert**: Zu dem stabilen **Gleichgewichtspreis** p^* bieten private Haushalte und Unternehmen die Mengen an, die sie auch nachfragen. Der Koordinationsmechanismus von Angebot und Nachfrage funktioniert in der Regel bei freien Preisen, Wettbewerb und Verfolgung des **Einzelinteresses** auf der Grundlage der Spielregeln der Märkte.

Aus präzise formulierten Prämissen deduziert die Mikroökonomie mit Hilfe mathematischer Modelle ökonomische Hypothesen. Diese Hypothesen beschreiben Ursache-Wirkungszusammenhänge, die ad-hoc Glaubenssätze zu ökonomischen Sachverhalten ersetzen. Auf diese Weise gelangt man zu **allgemein** nachvollziehbaren Aussagen über Kausalitäten, die jenseits des individuell erlebten Horizontes liegen.

Ursache-Wirkungszusammenhänge können prinzipiell nicht beobachtet werden. Lediglich das zeitliche und räumliche Zusammentreffen von Ereignissen (Korrelation) ist feststellbar. Das Beispiel des Ballwurfes verdeutlicht die Begrenztheit unserer unmittelbaren **kausalen** Wahrnehmung.

Beispiel: Kausalität und Beobachtung

> Wenn ein Werfer seine Hand mit einem Ball darin bewegt und sie öffnet, fliegt der Ball zunächst in die Richtung, die ihm gegeben wurde. Dann jedoch neigt sich die Bahn nach unten. Es wird eine Kraft wirksam, die der Werfer nicht ausübte, die Gravitationskraft. Hier bereits hört die unmittelbare Erfahrung des Werfers über die Kausalität, welche die Flugbahn des Balls bestimmt, auf und fängt seine theoretische Spekulation an. Weitere Kräfte treten hinzu: die Zentrifugalkraft, welche durch die Erddrehung verursacht wird und Reibungskräfte. Der Ballwerfer kann diese Kräfte weder sehen, hören noch fühlen. Die Flugbahn kann aus der Erfahrung heraus beschrieben, aber mit der Erfahrung nicht erklärt werden. Hierzu benötigen wir Theorien.

Wollen wir die Gewinnentwicklung eines einzelnen Unternehmens, den Konsum in einer Volkswirtschaft oder die Investitionstätigkeit erklären, dann entziehen sich diese Dinge ebenfalls der unmittelbaren Erfahrung. Wegen der **Komplexität des Marktsystems**, seinen vielen Entscheidungsträgern, Gütern, Technologien, staatlichen Gesetzen und den unzähligen Einflüssen, die außerhalb des Systems entstehen und hierauf wirken, müssen vereinfachende **mathematische Modelle** gebaut werden, um die Systemzusammenhänge gedanklich zu erfassen.

1.2 Güter

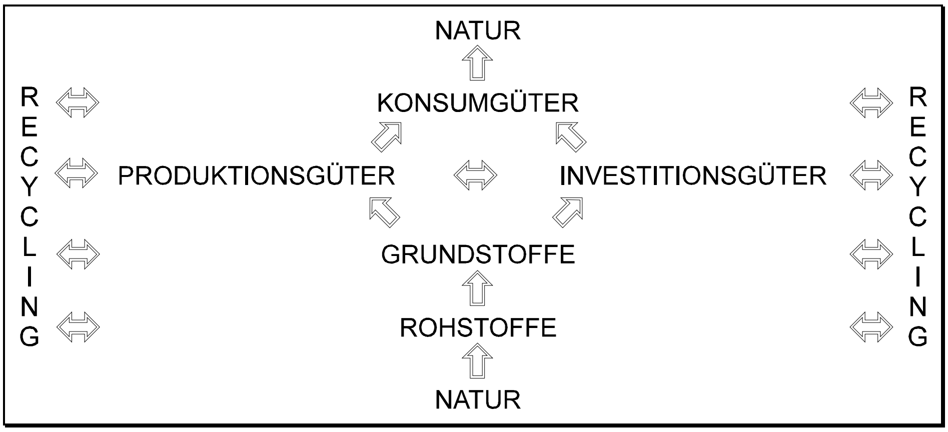


Abb. 2: Stoff- und Energiekreislauf

Güter unterteilen sich in materielle **Waren** und immaterielle **Dienstleistungen**. Der private Haushalt ist Konsument von Gütern (z.B. Brot, Bildung, Wohnung, Strom). Gleichzeitig ist er Produzent und Anbieter von Dienstleistungen (Arbeitskraft).

Waren bilden einen **stofflich-energetischen Kreislauf**. Wir unterscheiden verschiedene Produktionsstufen der Warenerzeugung. Auf der untersten Stufe stehen die **Rohstoffe** (vgl. Abb. 2). Diese grundlegenden Güter entnehmen wir unmittelbar der Natur, und nach einer ersten Bearbeitung können wir sie wirtschaftlich als **Grundstoffe** verwenden. Auf der obersten Stufe stehen die **Konsumgüter** (Endprodukte). Konsumgüter werden von privaten Haushalten ge- oder verbraucht. Zwischen den Vorgängen der Grundstofferzeugung und des Konsums laufen eine Vielzahl von Umwandlungsprozessen ab. Unternehmen kaufen Vorprodukte und transformieren sie in andere Vorprodukte. **Investitionsgüter** werden von Unternehmen verwendet, ohne selbst Bestandteil der neuen Produkte zu werden. **Produktionsgüter** hingegen gehen stofflich in die Herstellung anderer Güter ein.

Beispiel: Güter

Mehl ist ein Grundstoff. Gleichzeitig ist es aber auch ein Produktionsgut für die Brotfabrik und ein Konsumgut im privaten Haushalt, wenn dieser Mehl verwendet. Ein Pkw, den ein privater Haushalt nutzt, besitzt die Eigenschaft eines Konsumgutes. Geht derselbe PKW in den Besitz eines Unternehmens über und dient der Leistungserstellung, wird er ein Investitionsgut.

Industriebereiche einer Volkswirtschaft kann man danach unterscheiden, ob sie überwiegend für andere Unternehmen Produkte herstellen (Roh- und Grundstoffindustrien, Produktions- und Investitionsgüterindustrien) oder hauptsächlich für private Haushalte produzieren (Konsumgüterindustrien).

Wenn wir jetzt zu dem beschriebenen Stoff- und Energiestrom die **Entsorgung** hinzunehmen, schließt sich der Kreislauf. Die Produkte enden in der Natur. Der wirtschaftlich erzeugte Stoff- und Energiekreislauf verändert unsere natürliche Umwelt.

Güter besitzen neben sachlichen Eigenschaften auch zeitliche und räumliche. Zeitpunkt und Ort ihrer Verfügbarkeit machen sie unterschiedlich wertvoll. Unter einem Güterbündel (Güterkorb) A verstehen wir eine Anzahl von Güterarten mit dem Index 1, 2, 3, ..., n. Jede Güterart ist mit einer bestimmten Stückmenge x vorhanden:

$$\mathbf{x}^A = \begin{pmatrix} x_1 \\ \vdots \\ x_n \end{pmatrix} \qquad \text{mit } x_1, x_2, \ldots, x_n \geq 0 .$$

1.3 Allokation

Eine Planwirtschaft löst das **Verteilungsproblem** der Güter auf die einzelnen Haushalte und Unternehmen durch eine große intellektuelle Anstrengung in den staatlichen Ministerien. Marktwirtschaften bewältigen diese Koordinationsaufgabe in dezentraler Weise. Sie setzen auf das Eigeninteresse und die Aktivität der einzelnen Individuen, die Waren und Dienstleistungen anzubieten, die andere brauchen, sich hierzu die benötigten Informationen zu besorgen und das unternehmerische Risiko einzugehen.

Alle Akteure in der Volkswirtschaft orientieren sich in ihren Kauf-, Produktions- und Verkaufsentscheidungen an existierenden **Güterpreisen**, denn diese beeinflussen den Gewinn und den möglichen Konsumnutzen. Insofern steuern Preise das ökonomische Verhalten. Preise werden aber auch gesteuert, denn sie sind das Ergebnis von angebotenen und nachgefragten Mengen und des Wettbewerbs um knappe Güter. Es liegt deshalb eine **Wechselwirkung** zwischen den Preisen und den Einzelentscheidungen vor.

1.4 Mikroökonomisches Entscheidungsmodell und Informationsstruktur

Die in mathematischen Modellen dargestellten Entscheidungsabläufe von privaten Haushalten und Unternehmen bilden die Grundlage der mikroökonomischen Hypothesen. Die Entwicklung der mikroökonomischen Entscheidungsmodelle läuft in bestimmten typischen Stufen ab (vgl. Abb. 3).

1.	Aufstellung von Annahmen (Prämissen, Voraussetzungen), mit denen die Ausgangssituation beschrieben wird.
2.	Formulierung einer Zielfunktion (Nutzenmaximierung, Kostenminimierung, Ausbringungsmaximierung oder Gewinnmaximierung).
3.	Einführung von Restriktionen (Nebenbedingungen), z.B. die Produktionstechnologie, das Budget etc.
4.	Festlegung der Entscheidungsvariablen (z.B. Mengen).
5.	Optimierung der Entscheidungsvariablen durch Extremierung der Zielfunktion unter Nebenbedingungen (lineare und nicht-lineare Optimierung).

Abb. 3: Typische Stufen des Entscheidungsmodells

Haushalte und Unternehmen treffen ihre Entscheidungen auf der Basis von **Marktinformationen** über Gütermengen und -arten, Preise, Anbieter, Nachfrager und den Wettbewerb. Wir können drei grundlegende Fragen zur Informationsstruktur stellen:

(1) Wieviel Informationen hat der Markt?
(2) Wer hat Informationen?
(3) Mit welchem Unsicherheitsgrad sind die Informationen behaftet?

Wir unterscheiden **vollkommene** und **unvollkommene** Informationsmengen im Markt. Bei Vollkommenheit liegen im Markt alle denkbaren Informationen vor. Natürlich ist dies eine sehr unrealistische Annahme, doch erleichtert sie als Startpunkt die Analyse und ermöglicht bereits interessante Ergebnisse. Allerdings sagt die Vollkommenheit der Informationsmenge noch nichts über deren Verteilung auf die privaten Haushalte und Unternehmen aus. Haben diese den gleichen Wissensstand, dann sprechen wir von einer **symmetrischen**, ansonsten von einer **asymmetrischen** Informationsverteilung. Bei vollkommener und symmetrisch verteilter Information besitzen alle Akteure **Sicherheit** über die Konsequenzen aller Entscheidungen. Ist die im Markt insgesamt verfügbare Information zwar vollständig aber asymmetrisch verteilt oder von vornherein nur unvollständig vorhanden, dann herrscht bei einigen oder allen Akteuren **Unsicherheit** über die Entscheidungskonsequenzen.

Informationen können bei privaten Haushalten und Unternehmen mit **verschiedenen Unsicherheitsgraden** vorliegen, was sich gut mit Hilfe des Wahrscheinlichkeitsbegriffs darstellen läßt. Hierbei stelle man sich vor, daß ein Zustand eintritt oder ein Ereignis stattfindet und ein Signal aussendet, welches über den Zustand oder das Ereignis Auskunft gibt. Das Signal geht beim Empfänger als Information ein. Bei **sicheren Informationen** über einen Zustand oder ein Ereignis kann man aufgrund des wahrgenommenen Signals eindeutig auf den Zustand oder das Ereignis schließen. Die Wahrscheinlichkeit des Zustandes oder des Ereignisses unter der Bedingung der Information ist Eins. Bei **risikobehafteten Informationen** kann man über den Zustand oder das Ereignis nur mit einer Wahrscheinlichkeit eine Aussage treffen, die kleiner als Eins ist. Es können zu jeder Information mehrere Zustände oder Ereignisse gehören, die streuen und alle mit einer Wahrscheinlichkeit kleiner als Eins behaftet sind (vgl. Abb. 4).

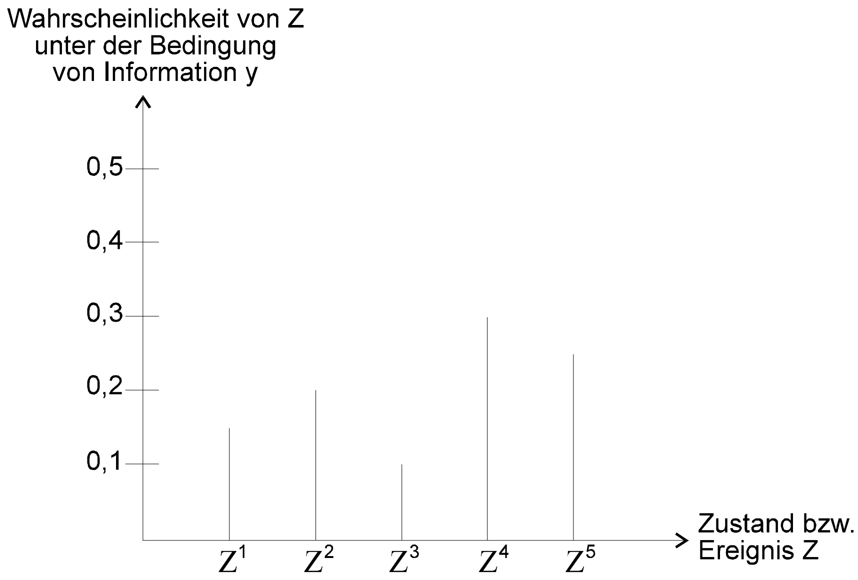


Abb. 4: Risiko

Von der Sicherheit und dem Risiko grenzt man die **Ungewißheit** ab. Bei **Ungewißheit** kann man der Information lediglich verschiedene Zustände oder Ereignisse zuordnen. Wahrscheinlichkeiten für diese Zuordnung sind aber nicht bekannt.

Ein **Beispiel** soll diese Definitionen verdeutlichen.

Ein Unternehmer schätzt ohne jede Recherche die Zufriedenheit seiner Kunden. Er behauptet, daß 30% bis 60% der Kunden mit ihm zufrieden sind, ohne daß er diesen Prozentsätzen Wahrscheinlichkeiten zuordnen kann (Ungewißheit). Wenn er die Einstellung seiner Kunden genauer erfahren möchte, dann kann er an jeden Kunden einen Fragebogen verteilen. Die Antworten vermitteln einen sicheren Eindruck der Einstellungen der Kunden (Sicherheit). Wenn jedoch einige Kunden beim Ausfüllen des Fragebogens lügen oder nachlässig sind, oder aus Kostengründen nicht alle Kunden befragt werden können und deshalb eine Stichprobe genommen wird, dann können die Einstellungen im Markt nur mit bestimmten Wahrscheinlichkeiten angegeben werden (Risiko).

1.5 Aufgaben zum 1. Kapitel

(1.) Ein Ball liegt in einer Schüssel. Erläutern Sie hieran in wenigen Sätzen, was unter einem **stabilen Gleichgewicht** zu verstehen ist.

(2.) Definieren Sie den Begriff **Korrelation** mit einem Satz.

(3.) Ein Mannequin wird auch "model" genannt. In welchem Sinne sind Mannequins **Modelle**?

(4.) Stellen Sie den **Stoffkreislauf** dar.

(5.) Definieren Sie den Begriff **Allokation** mit einem Satz.

(6.) Kann es Werbung bei einer symmetrischen Informationsverteilung geben?

(7.) Der Zustand (Ausfallzeitpunkt) von Glühbirnen in einem Bürohaus sei ungewiß. Sehen Sie eine Möglichkeit, durch zusätzliche Beobachtungen diese Informationslage von der Ungewißheit in das Risiko zu überführen?

Überprüfen Sie die folgenden Stichworte (Quelle: Gablers Wirtschaftslexikon)

•Abstraktion •Allokationsfunktion des Preises •Erklärung •Gleichgewicht •Kausalität •Korrelation •Modell •Risiko •Sicherheit •Stabilität •Ungewißheit •Unsicherheit •Wirtschaftskreislauf

2 Haushaltstheorie

In diesem Kapitel wird das **Entscheidungsmodell** des privaten Haushalts vorgestellt.

Die Konsumentscheidung hängt von den **Präferenzen** und dem **Einkommen** des Haushalts, sowie den **Güterpreisen** ab. Zunächst erläutern wir den Begriff der Präferenz und die Prämissen des Erklärungsmodells. Danach werden die Begriffe **Nutzen** und **Budgetrestriktion** eingeführt und die optimale Konsumentscheidung hergeleitet. Den Schluß des Kapitels bilden die Erläuterung der **Grenzrate der Substitution** und wieder einige Übungsaufgaben.

Wir gehen nachfolgend davon aus, daß die Informationsmengen **vollkommen** und **symmetrisch verteilt** sind und deshalb **Sicherheit** vorliegt (vgl. Abschnitt 1.4, S. 6).

2.1 Präferenzen

Wir betrachten einen privaten Haushalt und stellen uns vor, daß es sich hierbei um einen einzigen Entscheidungsträger handelt. Auf die Problematik von Gruppenentscheidungen wollen wir nicht weiter eingehen. Der Kaufentscheidung des privaten Haushalts liegen individuelle **Präferenzen** hinsichtlich der Güterkörbe $\mathbf{x}$ zugrunde. Soziale und psychologische Determinanten und Vorgänge erklären die Präferenzen (vgl. Abschnitt 3.7, S. 51).

vor dem Kauf	- soziale Einflüsse
(ex ante)	- Wahrnehmung, Denken, Beurteilung, Entscheidung
	- Emotionen, Motive, Einstellungen
nach dem Kauf	- Erfahrung
(ex post)	- Lernen

Wir unterscheiden nominale, ordinale und kardinale Informationen. Präferenzen enthalten ausschließlich ordinale Informationen über Indifferenz oder Bevorzugung einzelner Güterkörbe. Eine Person empfindet Indifferenz hinsichtlich zweier Güterkörbe $\mathbf{x}^A$ und $\mathbf{x}^B$, wenn deren Konsum im subjektiven Urteil der Person den gleichen Nutzen erzeugt.

nominal
Weder Rangfolge der Güterkörbe noch Nutzenabstände sind erkennbar.
Z.B.: Die Farbe des Autos ist blau!

ordinal
Rangfolge (kleiner, größer, gleich) der Nutzenwerte von Güterkörben wird erfaßt.
Z.B.: Ein blaues Auto mag ich mehr als ein grünes!

kardinal (metrisch)
Werteabstände sind möglich und erkennbar.
Z.B.: Das blaue Auto kostet 1,2 mal soviel wie das rote!

Ein **Beispiel** verdeutlicht die Begriffe Indifferenz und Bevorzugung:

In einer Befragung stellt sich heraus, daß ein Konsument gegenüber den Güterkörben A, B, C, D indifferent ist, er diese jedoch gegenüber Güterkorb F präferiert (bevorzugt) und er den Güterkorb E sogar den Güterkörben A, B, C, D vorzieht.

Er sieht in den Güterkörben A, B, C, D den gleichen Nutzen. Vom Güterkorb E verspricht er sich einen größeren Nutzen. Genau umgekehrt verhält es sich mit dem Güterkorb F.

Diese Präferenzen lassen sich folgendermaßen ausdrücken:

$$E \succ A \sim B \sim C \sim D \succ F$$

$\sim$ = indifferent
$\succ$ = bevorzugt

Präferenzen lassen sich graphisch durch ein Indifferenzkurvensystem darstellen (vgl. Abb. 5).

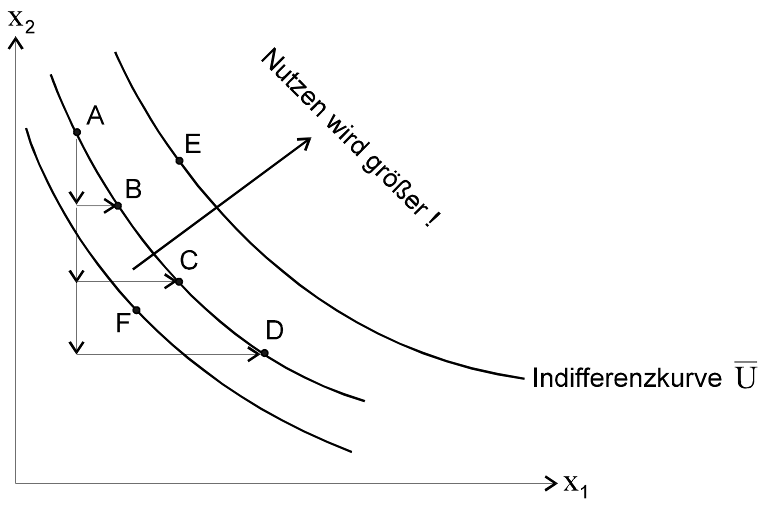


Abb. 5: Präferenzsystem

Auf einer Indifferenzkurve liegen alle Güterkörbe **x** mit gleichem individuellen Nutzen. Indifferenzkurven, die sich weiter entfernt vom Ursprung befinden, kennzeichnen ein höheres Nutzenniveau. Auf diese Weise lassen sich **Indifferenz** (Bewegung entlang einer Indifferenzkurve) und **Bevorzugung** (Bewegung zu einem höheren Nutzenniveau) darstellen. Natürlich ist einem privaten Haushalt sein Indifferenzkurvensystem nicht bewußt. Es handelt sich hierbei vielmehr um ein Modell zur **Beschreibung** individueller Präferenzen. Durch Befragung eines Konsumenten ließen sich aber seine Präferenzen offenlegen und durch ein Indifferenzkurvensystem abbilden.

2.2 Annahmen zum Erklärungsmodell

Präferenzen stellen wir durch Indifferenzkurven dar. Mit diesem Modell soll das Konzept der Nachfragefunktion begründet werden. Mit Hilfe von Angebots- und Nachfragefunktionen wollen wir wiederum die Arbeitsweise eines Marktsystems verstehen. Für einen solchen schrittweisen Aufbau der Theorie von den individuellen Präferenzen bis zum Marktsystem ist es nötig, grundsätzliche Eigenschaften von Präferenzen **präzise** vorauszusetzen. Mit den folgenden fünf Annahmen kann das gesetzte Ziel erreicht werden.

(1) Annahme der **Vollständigkeit**

Für alle $\mathbf{x}^A, \mathbf{x}^B, \mathbf{x}^C$ etc. bildet das Individuum i Präferenzen

(2) Annahme der **Transitivität**

Wenn $\mathbf{x}^A \succ \mathbf{x}^B$ und $\mathbf{x}^B \succ \mathbf{x}^C$

dann ist $\mathbf{x}^A \succ \mathbf{x}^C$

In Umfragen kommt es häufig zu intransitiven Entscheidungen:

$$\mathbf{x}^A \succ \mathbf{x}^B \text{ und } \mathbf{x}^B \succ \mathbf{x}^C, \text{ aber } \mathbf{x}^C \succ \mathbf{x}^A$$

Intransitivität schließen wir aus.

(3) Annahme der strengen **Monotonie**

Wenn $\mathbf{x}^A > \mathbf{x}^B$

dann ist $\mathbf{x}^A \succ \mathbf{x}^B$

Beispiel:

Wenn $\mathbf{x}^A = \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 3 \\ 5 \end{pmatrix}$ und $\mathbf{x}^B = \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2 \\ 5 \end{pmatrix}$

dann ist $\mathbf{x}^A > \mathbf{x}^B$ und $\mathbf{x}^A \succ \mathbf{x}^B$

(4) Annahme der strikten **Konvexität**

Wenn $\mathbf{x}^A \succsim \mathbf{x}^B$ und $\mathbf{x}^B \succsim \mathbf{x}^C$

dann ist $Z = t \cdot \mathbf{x}^A + (1-t) \cdot \mathbf{x}^B \succ \mathbf{x}^C \qquad ,0 < t < 1$

(5) keine **externen Effekte** im Konsum

Präferenzen von Individuum i sind unabhängig von Konsum und Produktion durch das Individuum j.

Rechenbeispiel: Strikte Konvexität

Problem

Gegeben sei eine Indifferenzkurve und drei Güterkörbe, wie in Abbildung 6 dargestellt. Wir wollen die Konvexität der Indifferenzkurve $\overline{\mathrm{U}}$ begründen.

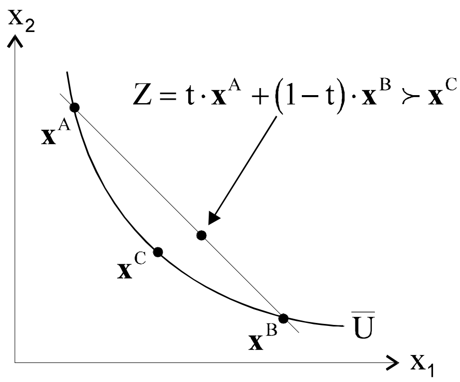


Abb. 6: Konvexität

(1) $\mathbf{x}^A = \begin{pmatrix} 3 \\ 6 \end{pmatrix}$ (2) $\mathbf{x}^B = \begin{pmatrix} 6 \\ 2 \end{pmatrix}$ (3) $\mathbf{x}^C$ mit $\mathbf{x}^C \sim \mathbf{x}^A \sim \mathbf{x}^B$

Lösungsansatz

Den Wert $t \in (0{,}1)$ setzen wir z.B. auf $t = 0{,}4$. Der Punkt Z berechnet sich dann wie folgt:

$$Z = 0{,}4 \cdot \begin{pmatrix} 3 \\ 6 \end{pmatrix} + 0{,}6 \cdot \begin{pmatrix} 6 \\ 2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 4{,}8 \\ 3{,}6 \end{pmatrix}$$

Lösung

Da Güterkörbe $\mathbf{x}^C$ mit $\mathbf{x}^A \sim \mathbf{x}^B \sim \mathbf{x}^C$ existieren, für die gilt: $Z > \mathbf{x}^C$ (vgl. Abb. 6), und $Z \succ \mathbf{x}^C$ wegen der Annahme der strengen Monotonie, ist die Bedingung strikter Konvexität erfüllt.

❑

In Abbildung 7 sind Indifferenzkurven dargestellt, die unsere Prämissen ausschließen. Sollte es sich empirisch erweisen, daß einzelne Konsumenten Präferenzen besitzen, die zu unerlaubten Indifferenzkurven führen, dann müssen diese durch erlaubte Kurvenverläufe angenähert werden.

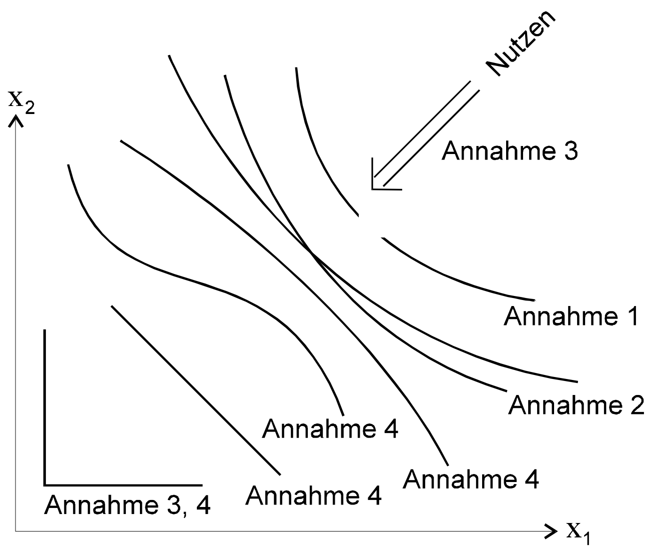


Abb. 7: Ausgeschlossene Indifferenzkurven

2.3 Nutzen

Ohne dieses formal zu zeigen gilt:

> Es gibt mindestens eine stetige, differenzierbare Funktion U^i, die Präferenzen gemäß der Annahmen 1.) bis 5.) repräsentiert:

$$U^i(x_1,\ldots,x_n) \qquad \text{mit } x_1,\ldots,x_n \geq 0\,.$$

Mathematische Funktionen sind immer kardinal. Da Präferenzen jedoch ordinale Informationen beinhalten, dürfen Nutzenfunktionen trotz ihrer Kardinalität auch nur **ordinal interpretiert** werden. Der Nutzen ist **subjektiv** und **interpersonell nicht vergleichbar**.

> Bewertet z.B. eine Person A vier Bananen mit 10 DM und eine Person B fünf Bananen mit 10 DM, dann könnten wir fälschlich zu dem Schluß kommen, daß für Person B Bananen einen geringeren Wert besitzen. Tatsächlich wissen wir aber nicht, welche Nutzenwerte die Personen A und B den 10 DM zumessen, so daß sich eine interpersonelle Aussage über den Nutzen der Bananen nicht anstellen läßt.

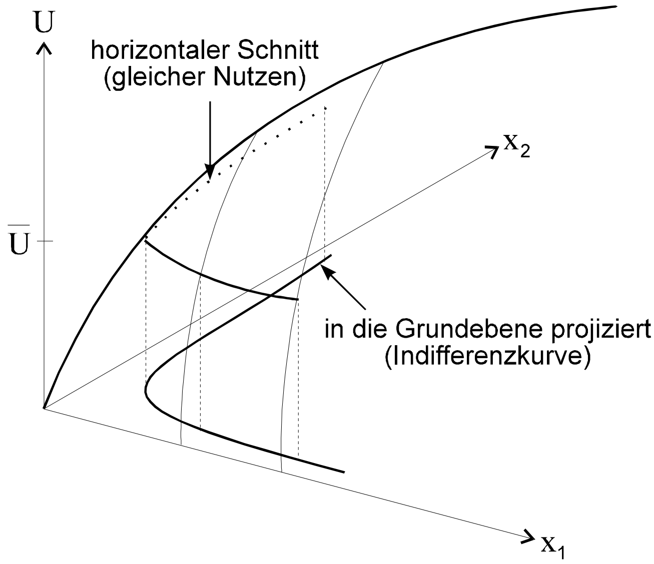


Abb. 8: Nutzenfunktion

Rechenbeispiel: Nutzenfunktion und Indifferenzkurve

Problem

$U(\mathbf{x})$ sei $U(x_1, x_2) = x_1 \cdot x_2 + 2x_1$ und $\overline{U}$ sei ein beliebiges konstantes Nutzenniveau (vgl. Abb. 8), z.B. $\overline{U} = 10$. Die Indifferenzkurve ist zu bestimmen.

Lösungsansatz

Löse $\overline{U} = x_1 \cdot x_2 + 2x_1$ nach x_2 auf.

Lösung

$$\overline{U} - 2x_1 = x_1 \cdot x_2 \quad \Leftrightarrow \quad x_2 = \frac{\overline{U}}{x_1} - 2 \qquad \text{(Höhenschnitt)}$$

❑

Die Indifferenzkurve läßt sich einzeichnen.

Wir erstellen hierzu eine **Wertetabelle** (mit $\overline{U} = 10$):

x_1	1	2	3	4
x_2	8	3	~ 1,3	0,5

Abb. 9: Wertetabelle

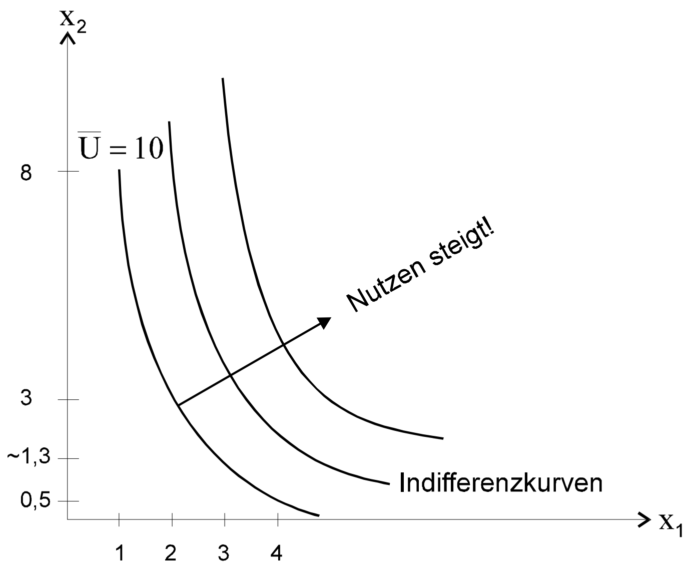


Abb. 10: graphische Darstellung der Funktionswerte

❑

Mit dem Indifferenzkurvenmodell haben wir eine Möglichkeit entwickelt, Kaufpräferenzen des privaten Haushalts darzustellen. Wir fügen nun das Einkommen, welches seine Kaufmöglichkeiten beschränkt, in das Modell ein.

2.4 Budgetrestriktion

Die Budget- oder auch Einkommensrestriktion **beschränkt** den privaten Haushalt in seiner Nutzenmaximierung. Wird das Budget B nur für das Gut 1 mit der Stückzahl x_1 und dem Preis p_1 ausgegeben, dann gilt:

$$B = p_1 \cdot x_1$$

Bei n Gütern folgt entsprechend:

$$B = p_1 \cdot x_1 + p_2 \cdot x_2 + p_3 \cdot x_3 + \ldots + p_n \cdot x_n \qquad \text{mit } p, x > 0.$$

Sparen bedeutet ökonomisch gesehen „Kaufen in der Zukunft zulasten heutigen Konsums“ und **Verschuldung** „Verschieben von künftigem Konsum in die Gegenwart“. Sparen und Verschulden können wir graphisch darstellen. Dazu dienen die folgenden Fallunterscheidungen (vgl. Abb. 11 u. 12, S. 17).

1. Fall **Verschuldung:** $B < p_1 \cdot x_1 + p_2 \cdot x_2$

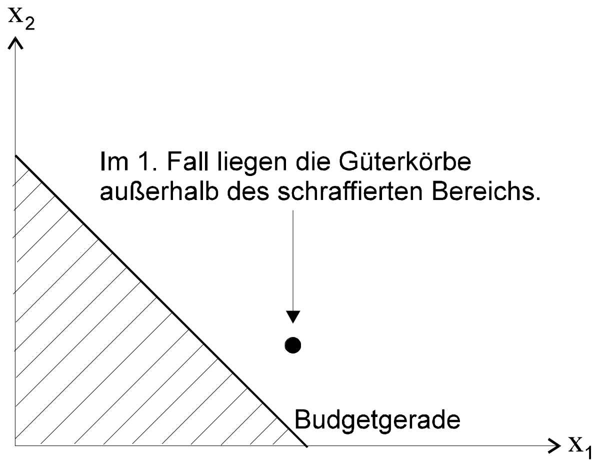


Abb. 11: Verschuldung

2. Fall: **Sparen:** $B > p_1 \cdot x_1 + p_2 \cdot x_2$

Abb. 12: Zulässige Lösungen

Im 1. Fall geben die Konsumenten mehr als ihr Einkommen für den Güterkauf aus. Der 2. Fall beschreibt Situationen, in denen Konsumenten ihr Budget nicht vollständig ausschöpfen, sondern Einkommen sparen. Beide Fälle lassen sich mit einer spezifischen Zeitpräferenz des Haushalts erklären. Im ersten Fall liegt ein hoher momentaner Konsumwunsch vor und im 2. Fall soll der Konsum in die Zukunft verschoben werden. Diese komplizierte Problematik wollen wir nicht behandeln, schließen sie deshalb explizit aus und nehmen nachfolgend an, daß der private Haushalt exakt sein gesamtes Einkommen für den Konsum von Gütern ausgibt.

Weitere **Annahmen** zum Erklärungsmodell (vgl. Abschnitt 2.2, S. 12):

(6) kein Sparen und kein Verschulden

(7) nur zwei Güter

2.5 Graphische Ermittlung der optimalen Konsumentscheidung

Mit den bislang entwickelten theoretischen Werkzeugen läßt sich die optimale Konsumentscheidung des privaten Haushalts darstellen. Hierzu bringt man das Indifferenzkurvensystem, welches die Präferenzen abbildet, mit der Budgetgeraden, die alle finanziellen Möglichkeiten beschreibt, zusammen. Es soll ein Güterkorb gefunden werden, der einerseits finanziell möglich ist und andererseits auf einem möglichst hohen Nutzenniveau liegt (vgl. Abb. 13).

> Der Güterkorb $\mathbf{x}^C$ im Tangentialpunkt von Budgetgerade und Indifferenzkurve maximiert den Nutzen des privaten Haushalts.

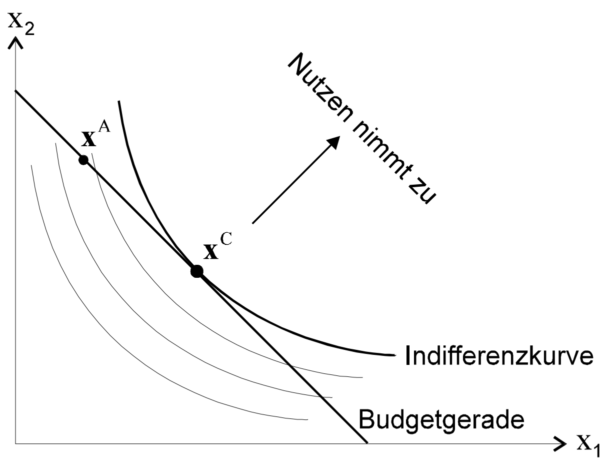


Abb. 13: Optimalitätsbedingung

2.6 Herleitung der Optimalitätsbedingung

Zur Herleitung der Optimalitätsbedingungen für das Nutzenmaximum stellen wir unsere Budgetgleichung nach x_2 um:

$$B = p_1 \cdot x_1 + p_2 \cdot x_2$$

$$\frac{B}{p_2} - \frac{p_1}{p_2} \cdot x_1 = x_2$$

Die Budgetgerade besitzt die Konstante $\frac{B}{p_2}$ und die Steigung $-\frac{p_1}{p_2}$ (vgl. Abb. 14)

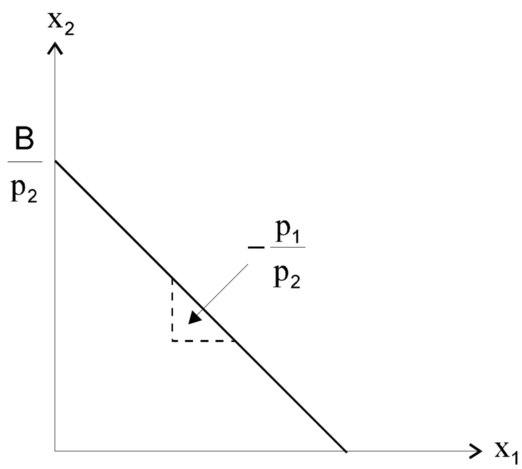


Abb. 14: Budgetgerade

Die graphische Bedingung für das Optimum lautet (vgl. Abb. 13, S. 18):

Steigung der Indifferenzkurve gleich Steigung der Budgetgerade!

Die Steigung der Indifferenzkurve ist deren **1. Ableitung** $\left.\frac{d\,x_2}{d\,x_1}\right|_{\overline{U}}$ und heißt **Grenzrate der Substitution**. Mathematisch kann die Optimalitätsbedingung folgendermaßen ausgedrückt werden (vgl. Abschnitt 9.2, S. 232):

$$\left.\frac{d\,x_2}{d\,x_1}\right|_{\overline{U}} = -\frac{p_1}{p_2}$$

Im Nutzenmaximum ist die Grenzrate der Substitution gleich dem negativen, umgekehrten Preisverhältnis.

Während die Grenzrate der Substitution Ausdruck subjektiver Präferenzen ist, handelt es sich bei den Preisverhältnissen um eine objektive Größe, die sich aus dem Marktsystem ergibt. Mit der Grenzrate der Substitution bewertet ein Individuum ein Gut relativ zum anderen. Mit dem Preisverhältnis bewertet die Gesellschaft beide Güter.

Jedes Individuum paßt seinen Konsum so an, daß die subjektive Güterbewertung den objektiven gesellschaftlichen Werten entspricht.

Beispiel: Grenzrate der Substitution

Ein Einkaufswagen enthält 5 Bananen (x_1) zum Preis von 1 Geldeinheit (p_1) und 5 Äpfel (x_2) zum Preis von 2 Geldeinheiten. Der Güterkorb wird von der Konsumentin als optimal bezeichnet. Mit unserem Modell der optimalen Konsumentscheidung wissen wir dann, daß die Grenzrate der Substitution unserer Konsumentin 0,5 beträgt:

$$\frac{p_1}{p_2} = \frac{1}{2} \qquad \text{deshalb ist im Optimum:} \qquad \left.\frac{d\,x_2}{d\,x_1}\right|_{\overline{U}} = -\frac{1}{2}$$

Die Grenzrate der Substitution sagt aus, daß der Nutzen unserer Konsumentin sich weder erhöht noch reduziert, wenn sie einen Apfel abgibt ($\Delta x_2 = -1$) und hierfür zwei Bananen erhält ($\Delta x_1 = +2$). Genaugenommen beschreibt die Grenzrate der Substitution die Nutzenindifferenz aber nur bei unendlich kleinen Veränderungen der Zusammensetzung des Güterkorbs.

Rechenbeispiel: Berechnung der Konsumentscheidung

Problem

B sei 60, p_1 sei 4, p_2 sei 2 und $U(x_1, x_2)$ sei $x_1 \cdot x_2 + 2x_1$.

Der Konsument maximiert seinen Nutzen.

Lösungsansatz

$$\underset{x_1,x_2}{\text{Max}}\, U(x_1, x_2) = x_1 \cdot x_2 + 2x_1 \qquad \text{(Zielfunktion)}$$

unter der Bedingung:

$$B = \quad 60 \quad = 4 \cdot x_1 + 2 \cdot x_2 \qquad \text{(Restriktion)}$$

Unser Ergebnis erhalten wir durch Einsetzen der Budgetrestriktion in die Nutzenfunktion und anschließender Maximierung.
Zunächst lösen wir die Budgetgleichung nach x_1 auf:

$$60 = 4x_1 + 2x_2$$

$$x_1 = 15 - \frac{1}{2}x_2$$

Einsetzen in die Nutzenfunktion ergibt:

$$\underset{x_2}{\text{Max}}\, U(x_2) = 15x_2 - \frac{1}{2}x_2^2 + 30 - x_2$$

$$= 14x_2 - \frac{1}{2}x_2^2 + 30$$

Um nun herauszufinden, an welcher Stelle sich das Maximum befindet, muß die erste Ableitung gleich Null gesetzt werden: $U'(x_2) = 0$. Wir nehmen an, daß die Bedingung 2. Ordnung für das Maximum erfüllt ist: $U''(x_2) < 0$ (vgl. Abb. 15 und Abschnitt 9.2, S. 232).

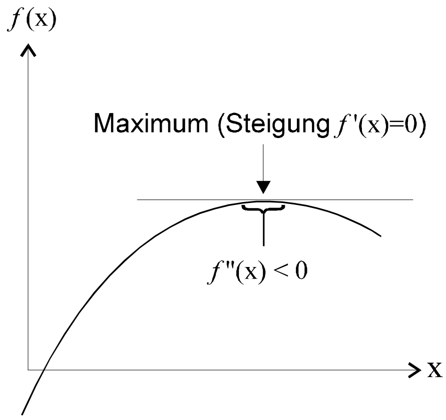


Abb. 15: Maximum

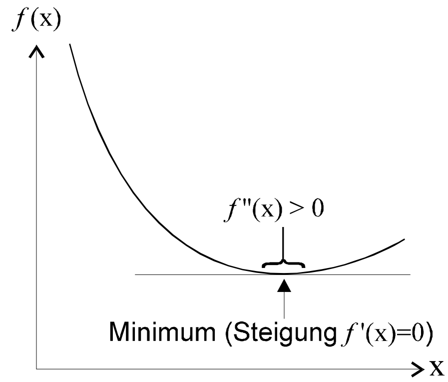


Abb. 16: Minimum

Optimierung

$$\underset{x_2}{\text{Max}}\, U(x_2) = 14x_2 - \frac{1}{2}x_2^2 + 30$$

Die erste Ableitung lautet:

$$U'(x_2^*) = 14 - x_2^* = 0$$

$$x_2^* = 14$$

Die Lösung x_2^* setzen wir in die Budgetgleichung $x_1 = 15 - \frac{1}{2}x_2$ ein.

Es folgt: $x_1^* = 8$.

Ergebnis

$x_1^* = 8$ und $x_2^* = 14$ maximieren den Nutzen mit $U(x_1, x_2) = x_1 \cdot x_2 + 2x_1$ und der Einkommensrestriktion $B = 60 = 4 \cdot x_1 + 2x_2$.

❑

Das letzte Beispiel setzen wir fort, indem wir nachfolgendes Problem lösen:

Rechenbeispiel: Grenzrate der Substitution und Preise

Problem

Wir wollen am Beispiel zeigen, daß $\left.\frac{dx_2}{dx_1}\right|_{\overline{U}} = -\frac{p_1}{p_2}$.

Lösungsansatz

$$U(x_1, x_2) = x_1 \cdot x_2 + 2x_1$$

$$\overline{U} = x_1 \cdot x_2 + 2x_1$$

$$x_2 = \frac{\overline{U}}{x_1} - 2 \qquad \text{(Funktion der Indifferenzkurve)}$$

Für $x_2 = \frac{\overline{U}}{x_1} - 2$ können wir auch schreiben $x_2 = \overline{U} \cdot x_1^{-1} - 2$.

Daraus bilden wir die erste Ableitung:

$$\left.\frac{dx_2}{dx_1}\right|_{\overline{U}} = \overline{U} \cdot (-1) \cdot x_1^{-2} = -\frac{\overline{U}}{x_1^2} \qquad \text{(Grenzrate der Substitution)}$$

Es ist zu zeigen, daß für $x_1^* = 8$ und $x_2^* = 14$ gilt : $-\frac{\overline{U}}{x_1^2} = -\frac{p_1}{p_2}$

Lösung

$$-\frac{p_1}{p_2} = -\frac{4}{2} = -2$$

$$\overline{U}\left(x_1^*, x_2^*\right) \qquad = x_1^* \cdot x_2^* + 2x_1^* \ = 128$$

$$-\frac{\overline{U}}{x_1^2} \qquad = -\frac{128}{64} \qquad = -2$$

Ergebnis

Da $-\frac{p_1}{p_2} = -2$ und $\left.\frac{dx_2}{dx_1}\right|_{\overline{U}} = -2$ gilt tatsächlich, daß $\left.\frac{dx_2}{dx_1}\right|_{\overline{U}} = -\frac{p_1}{p_2}$.

❑

Ein weiteres Beispiel verdeutlicht die praktische Bedeutung der Grenzrate der Substitution.

Beispiel: Grenzrate der Substitution und Ungleichgewicht

Problem

Nach der Befragung einer Konsumentin stellt sich heraus, daß

$$\left.\frac{dx_2}{dx_1}\right|_{\overline{U}} = -2 \quad \text{(Grenzrate der Substitution)}$$

und $\quad p_1 = 6, \quad p_2 = 2$ mit $-\frac{p_1}{p_2} \quad = -\frac{6}{2} \quad = -3$.

Wegen $\left.\frac{dx_2}{dx_1}\right|_{\overline{U}} \neq -\frac{p_1}{p_2}$ wäre der optimale Nutzen dieser Person nicht erreicht!

Wie ist der Güterkorb zu verändern, um den Nutzen zu erhöhen?

Lösung

Test 1: Die Konsumentin substituiert **„nutzenneutral“**:

Sie nimmt eine Einheit von Gut 1 weg ($\Delta x_1 = -1$) und ersetzt diese durch zwei Einheiten von Gut 2 ($\Delta x_2 = 2$): $\frac{\Delta x_2}{\Delta x_1} = -2$ (Grenzrate der Substitution).

Daraus ergibt sich für die Veränderung der Ausgaben unserer Konsumentin folgendes Bild:

Zwischenergebnis von Test 1

	- 6	$(\Delta x_1 \cdot p_1)$
	+ 4	$(\Delta x_2 \cdot p_2)$
Rest	- 2	Geldeinheiten

Durch die „nutzenneutrale" Veränderung des Güterkorbes kann sie ihren Nutzen kostengünstiger realisieren. Es bleiben zwei Geldeinheiten übrig. Diese können anschließend verwendet werden, um zusätzlich zu konsumieren, wodurch ihr Nutzen steigt. Es könnte jetzt beispielsweise noch eine weitere Einheit vom Gut 2 hinzugekauft werden.

Test 2: Die Konsumentin substituiert nun in die andere Richtung **„nutzenneutral"**:

$\Delta x_1 = +1$ und $\Delta x_2 = -2$: $\frac{\Delta x_2}{\Delta x_1} = -2$ (Grenzrate der Substitution).

Daraus ergibt sich für die Veränderung ihrer Ausgaben folgendes Bild:

Zwischenergebnis von Test 2

	+ 6	$(\Delta x_1 \cdot p_1)$
	- 4	$(\Delta x_2 \cdot p_2)$
Rest	+ 2	Geldeinheiten

Diese „nutzenneutrale" Veränderung der Güterkomposition verursacht einen zusätzlichen Mittelbedarf. Gütereinheiten müßten mit der Folge eines sinkenden Nutzens aus dem Korb genommen werden.

Ergebnis

Indem die Konsumentin die Menge des Gutes 1 in ihrem Güterkorb reduziert und die Menge des Gutes 2 im Güterkorb erhöht (Test 1), wird das Gut 1 relativ zum Gut 2 knapper. Hierdurch steigt der subjektive marginale Wert des Gutes 1 in Einheiten von Gut 2, d.h. $\frac{dx_2}{dx_1}$, die negative Steigung der Indifferenzkurve, nimmt ab, bis die subjektive Bewertung im Einklang steht mit den objektiven Marktwerten (Preisen) der Güter 1 und 2.

❑

Abbildung 17 verdeutlicht die Zusammenhänge graphisch.

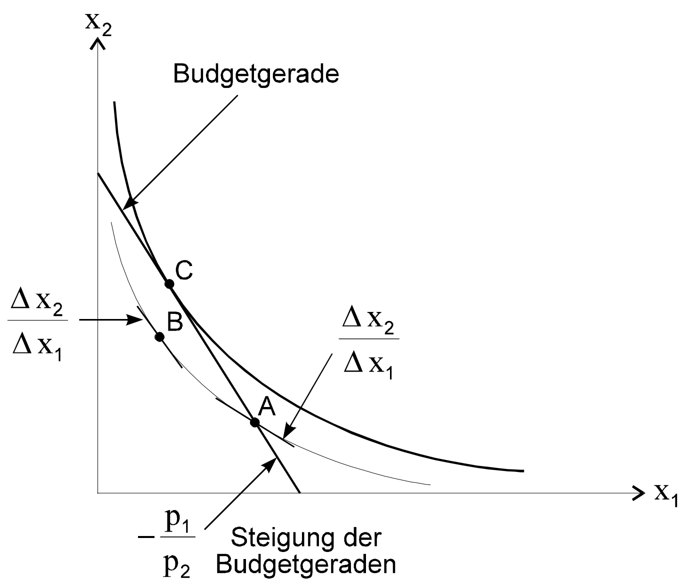


Abb. 17: Test 1

Die Grenzrate der Substitution unterscheidet sich in Punkt A von der Steigung der Budgetgeraden. Durch eine nutzenneutrale Veränderung der Güterkomposition kann der Güterkorb B realisiert werden. In B gleicht die Grenzrate der Substitution der Steigung der Budgetgeraden, jedoch sind nicht alle Budgetmittel ausgeschöpft. Deshalb können die Konsummengen erhöht werden. Der optimale Güterkorb auf dem neuen Nutzenniveau wird durch den Punkt C angezeigt.

2.7 Aufgaben zum 2. Kapitel

(1.) Multiple Choice

Kreuzen Sie an!

richtig	falsch

Der Nutzen wächst, wenn die Steigung der Indifferenzkurve zunimmt.

richtig	falsch

Handlungen, die aus Präferenzen entstehen, sind nicht beobachtbar.

richtig	falsch

Die Grenzrate der Substitution gleicht im Optimum dem umgekehrten negativen Preisverhältnis.

richtig	falsch

Nutzenfunktionen sind kardinal.

richtig	falsch

"Herr Müller zieht mehr Nutzen aus einer Banane als Herr Maier". Dies ist eine mikroökonomisch zulässige Aussage.

richtig	falsch

"Herr Müller zieht mehr Nutzen aus einer Banane als aus einem Apfel. Herr Maier zieht mehr Nutzen aus einem Apfel als aus einer Banane". Dies sind mikroökonomisch zulässige Aussagen.

richtig	falsch

Eine Budgetgerade beschreibt die Menge aller Güterkörbe, die gleichviel kosten und gleichviel Nutzen besitzen.

richtig	falsch

Eine Höhenlinie verbindet alle Punkte eines Körpers, die den gleichen Abstand zum Ursprung (Nullpunkt) haben.

richtig	falsch

Herr Müller behauptet: „Ein Güterkorb A, bestehend aus 3 Äpfeln und 5 Bananen, ist größer als ein Güterkorb B, bestehend aus 8 Äpfeln und 4 Bananen: $\mathbf{x}^A > \mathbf{x}^B$“. Die Grenzrate der Substitution von Herrn Müller beträgt 0,5 (Äpfel zu Bananen). Ist die Behauptung richtig oder falsch?

(2.) Gegeben sind die **Grenzraten der Substitution** von Person A und Person B. Erläutern Sie anhand eines Zahlenbeispiels, wie die beiden Personen durch **Tausch** ihre Nutzenniveaus erhöhen können.

$$\text{Person A:} \quad \left.\frac{dx_2}{dx_1}\right|_{\overline{U}} = -2 \qquad\qquad \text{Person B:} \quad \left.\frac{dx_2}{dx_1}\right|_{\overline{U}} = -1$$

(3.1) Zeichnen Sie eine zulässige **Indifferenzkurvenschar** und nennen Sie die zugrundeliegenden **Prämissen**.

(3.2) Zeichnen Sie Güterbündel A, B, C, D und E ein, für die nachfolgende **Präferenzordnung** gilt: $A \succ B \succ C \sim D \sim E$

(3.3) Welche Konsequenz hätte eine **intransitive Präferenzordnung** für das Indifferenzkurvenmodell?

Überprüfen Sie die folgenden Stichworte (Quelle: Gablers Wirtschaftslexikon)

•externe Effekte •Grenzrate der Substitution •Indifferenzkurve •Kardinalskala •Konvexitätsaxiom •Nutzen •Nutzenfunktion •Optimierungssystem •Ordinalskala •Präferenzmaximierung •Präferenzordnung •Transitivität

3 Nachfrage

Unter der **Nachfrage eines Individuums** versteht man den konkreten, für bestimmte Produkte und Marken artikulierten Kaufwunsch des privaten Haushalts. Dieser Kaufwunsch ist das Ergebnis des Entscheidungsverhaltens, wie wir es im vorherigen Kapitel darstellten.

> Die individuelle Nachfrage wird von den Präferenzen, dem verfügbaren Nominaleinkommen und den Preisen der Güter bestimmt. Sie läßt sich als mathematische **Funktion** darstellen. Hierbei erklärt man die nachgefragte Menge eines Gutes (**abhängige Variable**) durch das nominale Einkommen und die Güterpreise (**unabhängige Variablen**) bei vorgegebenen und stabilen Präferenzen. Zu jedem einzelnen Gut existiert jeweils eine individuelle Nachfragefunktion, die das Verhalten des privaten Haushalts abbildet. Um die in einem Markt insgesamt vorhandene Nachfrage eines Gutes zu ermitteln, addiert man die Nachfragefunktionen über alle privaten Haushalte auf und erhält hieraus die **Gesamtnachfragefunktion** eines Gutes im Markt.

Gesamtnachfragefunktionen lassen sich empirisch durch Umfragen und statistische Auswertungen ermitteln. In diesem Kapitel verfolgen wir das **Ziel**, den theoretischen Zusammenhang zwischen der Gesamtnachfragefunktion und den Präferenzen, Einkommen und Güterpreisen herauszuarbeiten.

Zunächst zeigen wir, wie sich die individuelle Nachfrage mit den Preisen und dem nominalen Einkommen verändert. Dann wird der Begriff der **Elastizität** eingeführt, mit der die Preiswirkung auf die Nachfrage gemessen werden kann. Zum Schluß werden die individuellen Nachfragefunktionen zu einer **Gesamtnachfragefunktion** zusammengefaßt (aggregiert). Am Ende des 3. Kapitels befinden sich Übungsaufgaben.

3.1 Eigenschaften des individuellen Nachfrageverhaltens

Wir wenden jetzt die Methode der **komparativen Statik** an: Wir vergleichen verschiedene Güternachfragemengen bei jeweils unterschiedlichen Preisen oder Einkommen, ohne den Übergang von einer zur anderen Nachfrage darzustellen. Obwohl Veränderungen der Nachfrage, der Preise und Einkommen zum Gegenstand der Analyse gemacht werden, liegen diese nur in Form jeweils unterschiedlicher statischer Zustände vor. Das Modell ist nicht tatsächlich **dynamisch**. Komparativ-statische Analysen finden sich sehr zahlreich in der Wirtschaftswissenschaft.

Sehr häufig verwenden wir die **ceteris paribus Annahme**. Der Zusatz ceteris paribus (c.p.) bedeutet, daß nur jeweils die genannte Größe variiert und alle anderen Einflußfaktoren konstant bleiben. Hierdurch vereinfacht sich die Analyse. Einzelwirkungen lassen sich darstellen. Allerdings darf man nicht vergessen, daß sich die Wirkung aller Faktoren gemeinsam von der Gesamtheit der Einzelwirkungen unterscheiden kann (Synergie).

Es werden drei verschiedene Einflußfaktoren variiert (c.p.) und in ihrer Wirkung auf die Nachfrage dargestellt:

- der Preis des Gutes 1: p_1
- der Preis des Gutes 2: p_2
- das Budget des privaten Haushalts: B

3.1.1 Preis- und Einkommensvariationen

Das Modell der Konsumentscheidung in einem Raum mit zwei Gütermengen, Präferenzen und Budgetgeraden bildet den Ausgangspunkt der Analyse.

Der private Haushalt wählt einen optimalen Güterkorb auf der Grundlage bestimmter Güterpreise. **Dann sinkt der Preis p_1 (c.p.):** $\mathbf{p_1} \downarrow$

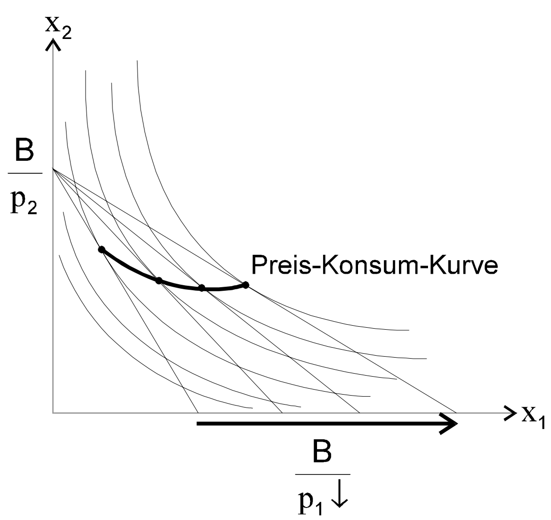


Abb. 18: Preis-Konsum-Kurve

Wenn der Preis p_1 sinkt, dann wächst die Steigung $-\frac{p_1}{p_2}$ der Budgetgeraden. $\frac{B}{p_1}$ nimmt ebenfalls zu und die Budgetgerade dreht sich um den konstanten Ordinatenabschnitt $\frac{B}{p_2}$.

Im Sinne der **komparativen Statik** können wir jetzt verschiedene Budgetgeraden einzeichnen, die sich alle nur durch ihre Steigung unterscheiden (vgl. Abb. 18, S. 29). Jeder Budgetgeraden entspricht ein anderer Preis p_1 und zu jeder gehört eine optimale Konsumentscheidung. Die Tangentialpunkte mit der Indifferenzkurvenschar lassen sich zu einer **Preis-Konsum-Kurve** verbinden, die den Zusammenhang zwischen dem Preis p_1 und den optimalen Konsummengen x_1 und x_2 anzeigt. Die Preis-Konsum-Kurve wird manchmal auch in einem p-x Diagramm dargestellt und veranschaulicht dann die funktionale Beziehung zwischen einem Preis und der dazugehörigen nachgefragten Menge eines Gutes.

> Wir wollen eine Änderung des Preises p_2 diskutieren und gehen zurück in die Ausgangssituation (vgl. Abb. 19). Der private Haushalt wählt einen optimalen Güterkorb. **Jetzt sinkt der Preis p_2 (c.p.): $p_2 \downarrow$**

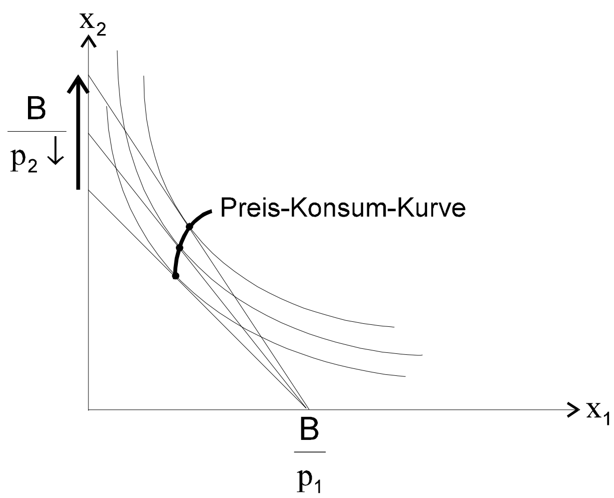


Abb. 19: Preis-Konsum-Kurve

Wenn der Preis p_2 sinkt (c.p.), dann dreht sich die Budgetgerade um den Abszissenabschnitt $\frac{B}{p_1}$. Die Tangentialpunkte der Budgetgeraden mit der Indifferenzkurvenschar bilden wiederum eine Preis-Konsum-Kurve.

Bei Preis-Konsum-Kurven handelt es sich um Spezialfälle des individuellen Nachfrageverhaltens, bei denen nur ein Preis variiert.

Ein weiterer Spezialfall des individuellen Nachfrageverhaltens liegt vor, wenn das nominale Einkommen variiert (c.p.), wie in der Abbildung 20 dargestellt.

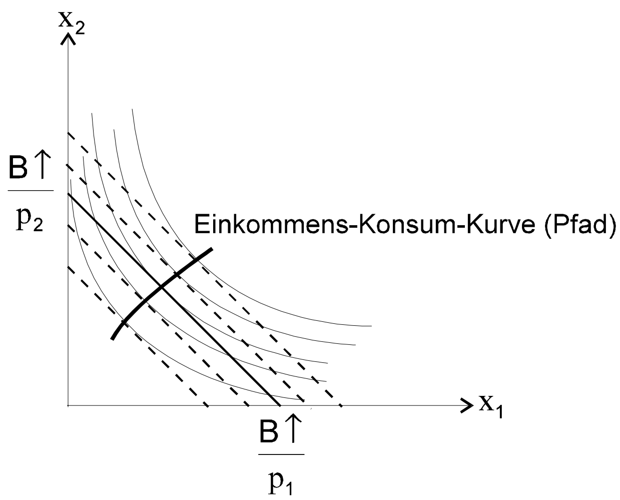


Abb. 20: Einkommens-Konsum-Kurve

Die Veränderung des nominalen Einkommens bei konstanten Güterpreisen bewirkt graphisch eine Parallelverschiebung der Budgetgeraden. Die Tangentialpunkte mit der Indifferenzkurvenschar ergeben die **Einkommens-Konsum-Kurve**. Der Zusammenhang zwischen der Einkommens- und der Konsumänderung läßt sich auch für jedes Gut einzeln darstellen, indem auf der Abszisse das Einkommen und auf der Ordinate die Konsummenge des Gutes 1 bzw. des Gutes 2 abgetragen wird (Engel-Kurve, nach dem Statistiker und Konsumforscher **Ernst Engel**, 1821-96).

3.1.2 Preise und Kaufkraft

Wenn wir von Einkommen sprechen, dann meinen wir einen Geldzufluß, den der private Haushalt in Besitz nimmt und nutzensteigernd gegen Güter eintauscht. ***Geld*** ist selber ein Gut, besitzt aber nicht unmittelbar Nutzen, so wie Brot oder eine Urlaubsreise. Es leitet vielmehr seinen Nutzen aus den Gütern ab, gegen die es tauschbar ist.

Angenommen, es existierten nur zwei Güter: *Geld*, als das universale Tauschmittel (der *Numéraire*), und Getreide. Der Wert eines 100 Mark *Geld*scheins, in *Geld* ausgedrückt, beträgt 100, und wir nehmen an, daß Getreide einen *Geld*preis p(Getreide) gleich 1 pro Mengeneinheit besitzt. Steigt nun der Preis von Getreide auf p' gleich 2, dann bleibt zwar der nominale Wert des *Geld*scheins erhalten, doch sein realer Wert sinkt auf 100/2, da sich jetzt nur noch die Hälfte des Getreides erwerben läßt. Der reale Wert des Geldes gibt an, ob wir als Besitzer des 100 Mark *Geld*scheins hungern oder satt sind, während der nominale Wert ökonomisch vergleichsweise uninteressant ist. Der reale Wert des *Geldes* wird auch als **Kaufkraft** bezeichnet. Da in der Realität nicht nur ein, sondern viele Güter konsumiert werden, ist die Kaufkraft nicht nur von einem, sondern von den Preisen aller Konsumgüter abhängig.

Die Kaufkraftänderung eines Haushalts ergibt sich zum einen aus Variationen seines nominalen Einkommens bei gleichen Güterpreisen, zum anderen aber auch durch eine Preisvariation bei gleichem nominalem Einkommen. Dieses wird durch folgende **Beispiele** deutlich:

(1) Ein Haushalt verbraucht Benzin. Fällt der Benzinpreis (c.p.), steigt das **Realeinkommen**. Der Haushalt könnte in einem solchen Fall zusätzliche Produkte kaufen, da er Benzin billiger bekommt.

(2) Wird eine Einkommenssteigerung von Preissteigerungen der Güter ausgeglichen, erhöht sich nur das **Nominaleinkommen** des Haushalts.

Die mikroökonomische Literatur kennt zwei unterschiedliche Kaufkraftbegriffe.

3.1.2.1 Kaufkraftbegriff nach Slutsky

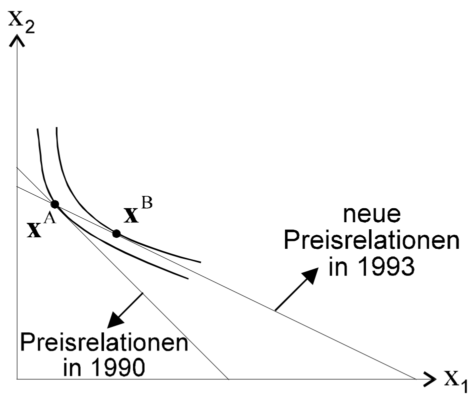


Abb. 21: Kaufkraft nach Slutsky

Die Kaufkraft bleibt bei Preis- und Einkommensänderungen nach **Slutsky** konstant, wenn man mit dem neuen nominalen Einkommen zu den neuen Preisen sich auch seinen alten Güterkorb eintauschen könnte und kein Restbudget übrig bliebe oder fehlen würde. Ein **Beispiel** verdeutlicht diese Vorstellung:

> In den Jahren 1990 und 1993 herrschen unterschiedliche Preisrelationen. In 1990 ist $\mathbf{x}^A$ optimal und in 1993 der Güterkorb $\mathbf{x}^B$. Nach Slutsky wäre die Kaufkraft des Haushalts im Vergleich von 1990 zu 1993 gleichgeblieben, wenn das Individuum den Güterkorb $\mathbf{x}^A$, der bei den Preisrelationen von 1990 optimal ist, gerade auch mit den Preisen und dem Nominaleinkommen von 1993 realisieren kann. Der Güterkorb $\mathbf{x}^A$ läge damit sowohl auf der alten als auch auf der neuen Budgetgeraden (vgl. Abb. 21, S. 32).

3.1.2.2 Kaufkraftbegriff nach Hicks

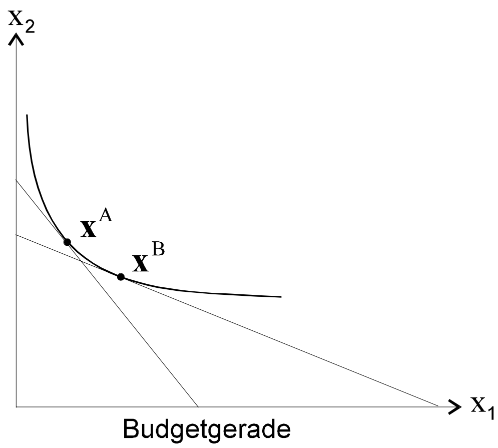


Abb. 22: Kaufkraft nach Hicks

Die Kaufkraft bleibt bei Preis- und Einkommensänderungen nach **Hicks** konstant, wenn man sich mit dem neuen nominalen Einkommen und den neuen Preisen auf dem gleichen Nutzenniveau bewegt wie zuvor. Die Fähigkeit des neuen Einkommens, Nutzen zu erwerben, hat sich gegenüber dem alten Einkommen nicht verändert. Auch dieses verdeutlichen wir durch ein **Beispiel**:

> Das Einkommen einer Person in Deutschland sei 3000,- DM. Mit diesem Einkommen wird ein bestimmter Güterkorb $\mathbf{x}^A$ eingekauft. Nun erfolgt die Versetzung in die USA. Das Einkommen der Person dort sei 2000,- \$. Hicks sagt nun:

Ist die Person mit dem Güterkorb $\mathbf{x}^B$ in USA, mit neuen Preisrelationen und anderem Nominaleinkommen, indifferent zu dem früheren Güterkorb $\mathbf{x}^A$, dann ist die individuelle Kaufkraft gleich geblieben (gleicher Nutzen).

3.1.3 Einkommens- und Substitutionseffekt nach Hicks

Mit Hilfe des Kaufkraftbegriffs von Hicks können wir nun die Nachfrageänderung bei sich änderndem Preis p_1 (Preis-Konsum-Kurve) genauer analysieren.

Wenn der Preis p_1 eines Gutes 1 sinkt (c.p.), dann...

(1) veranlaßt dies den Haushalt, zu Lasten eines anderen Gutes, zusätzliche Mengen von dem Gut 1 zu kaufen (**Substitutionseffekt)**.

(2) Außerdem wird der Güterkorb insgesamt günstiger. Das bedeutet, daß die Kaufkraft des Haushalts steigt **(Einkommenseffekt)**.

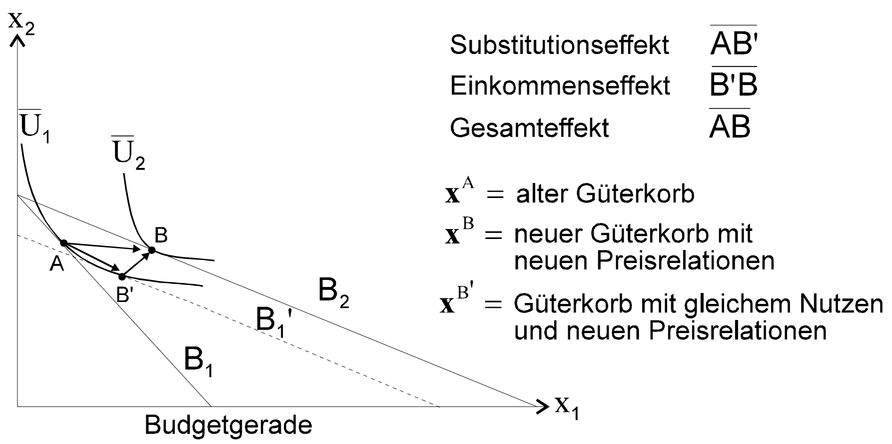


Abb. 23: Gesamteffekt

Der Substitutionseffekt ist immer negativ:

$$\left.\frac{\Delta x_1}{\Delta x_2}\right|_{\Delta U=0} < 0, \text{ da } \quad \Delta x_1 > 0 \text{ und } \Delta x_2 < 0, \text{wenn } p_1 \text{ sinkt oder } p_2 \text{ steigt (c.p.)}$$

$$\text{bzw. } \Delta x_1 < 0 \text{ und } \Delta x_2 > 0, \text{wenn } p_1 \text{ steigt oder } p_2 \text{ sinkt (c.p.)}$$

Der Einkommenseffekt kann negativ (inferior) oder positiv (normal) sein:

$$\left.\frac{\Delta x_1}{\Delta x_2}\right|_{\Delta p=0,\ \Delta B>0} > 0, \quad \text{wenn} \quad \Delta x_1 > 0 \text{ und } \Delta x_2 > 0 \ \text{(normale Güter)}$$

$$< 0, \quad \text{wenn} \quad \Delta x_1 > 0 \text{ und } \Delta x_2 < 0 \ \text{(Gut 2 ist inferior)}$$

$$\text{oder} \quad \text{wenn} \quad \Delta x_1 < 0 \text{ und } \Delta x_2 > 0 \ \text{(Gut 1 ist inferior).}$$

Nach Hicks stellt sich die Reichtumsänderung, die durch eine Preisabsenkung entsteht, als ein Nutzengewinn des Haushalts dar. Der **Einkommenseffekt** enthält den gesamten Nutzengewinn, den der Haushalt aus der Preissenkung zieht. Zur Abschätzung des Einkommenseffektes verwendet man den hypothetischen Güterkorb $\mathbf{x}^{B'}$ und die hypothetische Budgetgerade B' (vgl. Abb. 23, S. 34). Der Nutzengewinn entsteht, indem durch Tausch der Güterkorb $\mathbf{x}^{B'}$ auf der Indifferenzkurve $\overline{U}_1$ in den Güterkorb $\mathbf{x}^{B}$ auf der Indifferenzkurve $\overline{U}_2$ verwandelt wird. Man erhält den Güterkorb $\mathbf{x}^{B'}$, indem man die neue Budgetgerade parallel verschiebt und an die alte Indifferenzkurve $\overline{U}_1$ anlegt. Weder $\mathbf{x}^{B'}$ noch die Budgetgerade B' existieren tatsächlich. Vielmehr sind sie analytische Hilfsmittel, um den Kaufkrafteffekt zu ermitteln.

Der **Substitutionseffekt** enthält keine Nutzenänderung, sondern stellt die nutzenneutrale Anpassung des Güterkorbes an das neue Preisverhältnis dar. Graphisch handelt es sich um eine Wanderung entlang der Indifferenzkurve $\overline{U}_1$ vom Punkt $\mathbf{x}^{A}$ zum Punkt $\mathbf{x}^{B'}$.

Die Summe aus Einkommens- und Substitutionseffekt ergibt den tatsächlich beobachtbaren **Gesamteffekt**. Mit Hilfe der Zerlegung in Teileffekte läßt sich jetzt das Nachfrageverhalten des privaten Haushalts bei Preisvariationen besser erklären. Man spricht von **normalen Gütern**, wenn eine Einkommenssteigerung zu einer Erhöhung der nachgefragten Menge führt (c.p.). Die Substitutions- und Einkommenseffekte weisen hierbei in die gleiche Richtung. Bei einer Reduktion des Preises eines Gutes nimmt dessen Konsum aufgrund des Substitutionseffektes zu und wegen der gestiegenen Kaufkraft weist auch der Einkommenseffekt in diese Richtung.

Es zeigt sich aber, daß manche Haushalte weniger von einem Gut konsumieren, wenn dessen Preis sinkt. Der Begriff der **inferioren Güter** wird verwendet, wenn die nachgefragte Menge im Fall einer Einkommenssteigerung fällt.

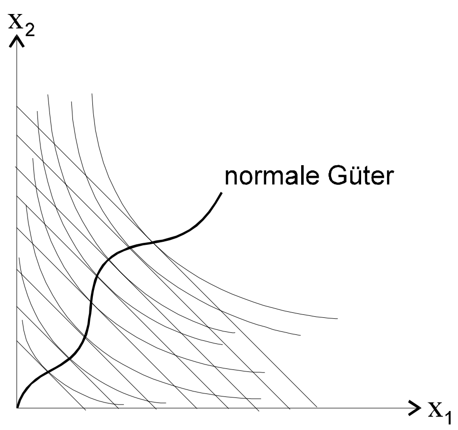


Abb. 24: Normale Güter

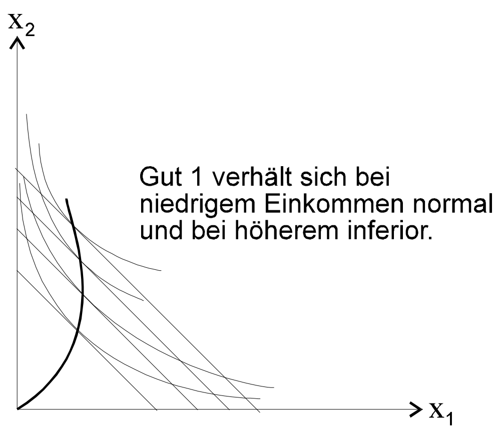


Abb. 25: Inferiores Gut

Ein Gut kann für den einen Haushalt normal und für den anderen Haushalt inferior sein. Nicht die Eigenart des Gutes, sondern die Präferenzen des Haushalts und sein Einkommen entscheiden hierüber.

> Beispielsweise sind Holzimitationen, Kunststoffußbodenbeläge und Kunstleder für untere Einkommensbereiche normale Güter. Erst bei gehobenen Einkommen werden diese Güter durch echte Holz- und Lederprodukte ersetzt. Bekleidung aus Synthetik kann für den einen Hauhalt inferior sein. Ein anderer Haushalt mit gleichem Einkommen schätzt hingegen die Gebrauchseigenschaften dieser Textilien. Für ihn sind Synthetikfasern ein normales Gut.

3.2 Preisvariation und inferiore Güter

Wir wollen uns jetzt weiter mit den Substitutions- und Einkommenseffekten beschäftigen und untersuchen, welchen Einfluß stark und schwach inferiore Güter auf das Kaufverhalten besitzen.

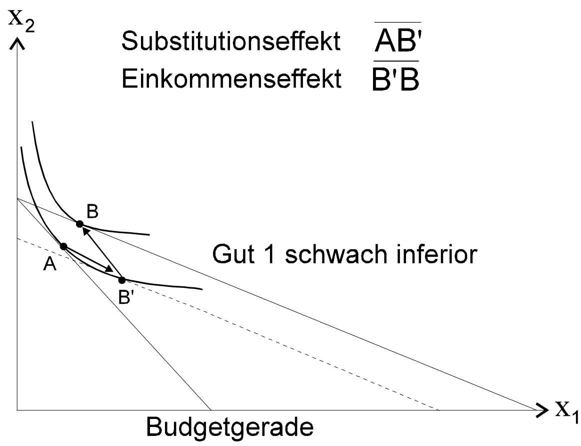


Abb. 26: Preisvariation

Wir gehen von Abbildung 26 aus. Durch die Senkung von p_1 steht dem Individuum zusätzliches reales Einkommen zur Verfügung. Wir treffen die Annahme, daß Gut 1 **schwach inferior** ist. Die nachgefragte Menge dieses Gutes nimmt bei einer realen Einkommenssteigerung ab. Der Substitutionseffekt hingegen bewirkt eine Zunahme des Konsums des Gutes 1. Da Gut 1 per Annahme nur schwach inferior ist, setzt sich der Substitutionseffekt durch: Durch die Preissenkung steigt die Nachfrage nach dem Gut 1.

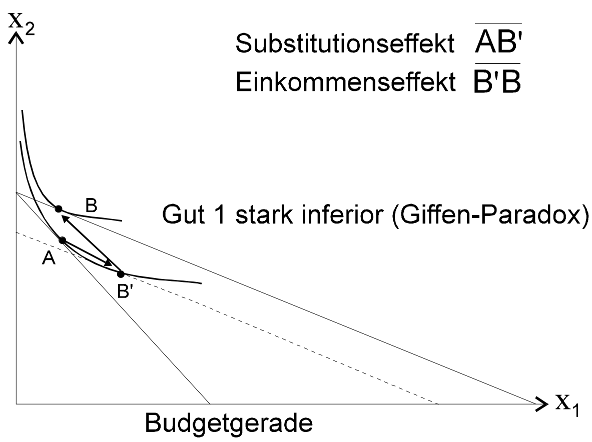


Abb. 27: Preisvariation

Wir treffen jetzt die Annahme, daß Gut 1 **stark inferior** ist. Das bedeutet, daß die nachgefragte Menge dieses Gutes bei einer Preisreduktion sogar abnimmt (vgl. Abb. 27, S. 37). Mit Hilfe der Substitutions- und Einkommenseffekte läßt sich das zunächst erstaunliche Phänomen erklären, daß der Konsum eines Gutes zurückgeht, weil sein Preis sinkt.

Ein **Beispiel** verdeutlicht diesen Zusammenhang.

> Angenommen, die Personen in einem privaten Haushalt trinken viel Tee und nur wenig Milch, Säfte, Bier und Wein, weil Tee relativ billig zu kaufen ist. Wenn jetzt der Preis des Tees sinkt, dann stellt sich die Frage, was der private Haushalt unternimmt. Zunächst neigt er dazu, mehr Tee zu kaufen, denn dieser ist jetzt im Vergleich zu Säften, Milch, Wein und Bier noch billiger geworden. Wenn der Tee für den privaten Haushalt jedoch ein stark inferiores Gut ist, dann könnte der Zuwachs an realem Einkommen zu einer Zunahme des Konsums der anderen Getränke führen und die Nachfrage nach Tee geht zurück.

3.3 Aggregation

Nachdem die Eigenschaften der individuellen Nachfrage diskutiert wurden, zeigen wir jetzt den Vorgang, mit dem sich die Nachfragefunktionen zweier privater Haushalte zusammenfassen lassen. Die individuellen Nachfragefunktionen x_j^h und x_j^k bezeichnen die von den Haushalten h und k nachgefragten Mengen x des Gutes j:

$$x_j^h = f\left(p_1, p_2, \ldots, p_n, B^h\right)$$

$$x_j^k = f\left(p_1, p_2, \ldots, p_n, B^k\right)$$

Die nachgefragten Mengen sind von den Preisen **p,** den Budgets B und den Präferenzen des Individuums abhängig.

Rechenbeispiel: Aggregation der Nachfragefunktionen

Problem

Wir nehmen zwei einfache individuelle Nachfragefunktionen:

$$x_1^1 = \begin{cases} -2p_1 + 11; & 0 \le p_1 < 5\frac{1}{2} \\ 0 \quad ; & 5\frac{1}{2} \le p_1 \end{cases}$$

und

$$x_1^2 = \begin{cases} -p_1 + 4; & 0 \le p_1 < 4 \\ 0 \quad ; & 4 \le p_1 \end{cases}$$

Die Gesamtnachfragefunktion soll gezeichnet werden.

Lösungsansatz

Wir aggregieren die beiden Nachfragefunktionen indem wir sie horizontal addieren:

$$x_1^1 + x_1^2 = X_1 = \begin{cases} -3p_1 + 15; & 0 \le p_1 < 4 \\ -2p_1 + 11; & 4 \le p_1 < 5\frac{1}{2} \\ 0; & 5\frac{1}{2} \le p_1 \end{cases}$$

Zwecks graphischer Darstellung stellen wir die Gesamtnachfragefunktion nach p_1 um:

$$p_1 = \begin{cases} -\frac{1}{3} \cdot X_1 + 5; & 0 \le p_1 < 4 \\ -\frac{1}{2} \cdot X_1 + 5\frac{1}{2}; & 4 \le p_1 < 5\frac{1}{2} \\ \text{nicht definiert}; & 5\frac{1}{2} \le p_1 \end{cases}$$

Lösung

Wir haben die individuellen Nachfragefunktionen „horizontal“ addiert. Graphisch stellt sich dies folgendermaßen dar:

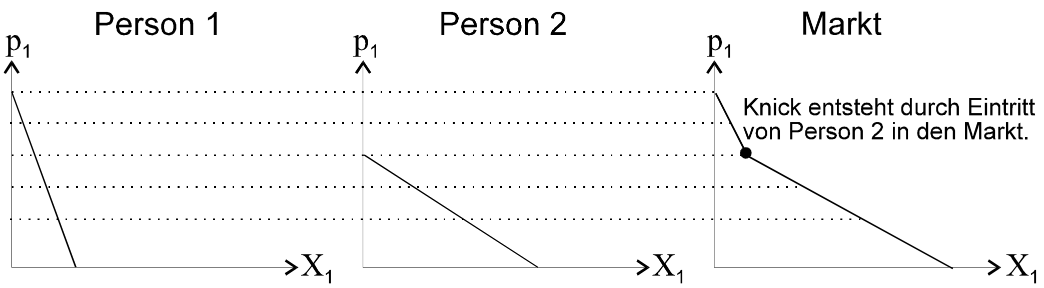


Abb. 28: Aggregation

❑

Allgemein lautet die Gesamtnachfragefunktion des Produktes j bei m privaten Haushalten und n Gütern:

$$X_j \quad = \quad F\left(p_1, p_2, \ldots, p_j, \ldots, p_n, B_1, \ldots, B_m\right)$$

3.4 Preiselastizität der Nachfrage

Die Elastizität **e** ist ein Maß für den Zusammenhang zwischen Ursache und Wirkung. Hierbei beschreiben wir die Wirkung und die Ursache als prozentuale Veränderungen der jeweiligen Ausgangsniveaus. Der Quotient aus prozentualer Wirkung zu prozentualer Ursache wird häufig in Betragszeichen gesetzt. Damit ist die Elastizität immer positiv. Elastizitäten kann man prinzipiell zu allen quantifizierbaren Größen bilden. Damit man aber nicht Zusammenhänge nur vortäuscht, muß man über eine kausale Theorie verfügen, die den ursächlichen Zusammenhang zwischen den Größen offenlegt. In dem letzten und in diesem Kapitel wurde gezeigt, daß mit guten Gründen nach differenzierter Analyse ein ursächlicher Zusammenhang zwischen dem Preis eines Gutes und der Marktnachfrage behauptet werden kann. Somit ist es auch sinnvoll, für diesen Zusammenhang die **Preiselastizität der Nachfrage** zu berechnen.

$$e = \left|\frac{\text{Wirkung } [\%]}{\text{Ursache } [\%]}\right|$$

Um die Preiselastizität einer Gesamtnachfragefunktion $X_i = F(p_1,\dots p_i \dots, p_n, B_1, \dots, B_m)$ an der Stelle p_i zu ermitteln, muß die relative Mengenänderung in Beziehung zur relativen Preisänderung gesetzt werden.

$$e_{ii} = \left| \frac{\dfrac{\Delta X_i(p_i)}{X_i(p_i)} \cdot 100}{\dfrac{\Delta p_i}{p_i} \cdot 100} \right|$$

oder

$$e_{ii} = \left| \frac{\Delta X_i(p_i)}{\Delta p_i} \cdot \frac{p_i}{X_i(p_i)} \right|$$

Graphisch stellt sich dies folgendermaßen dar:

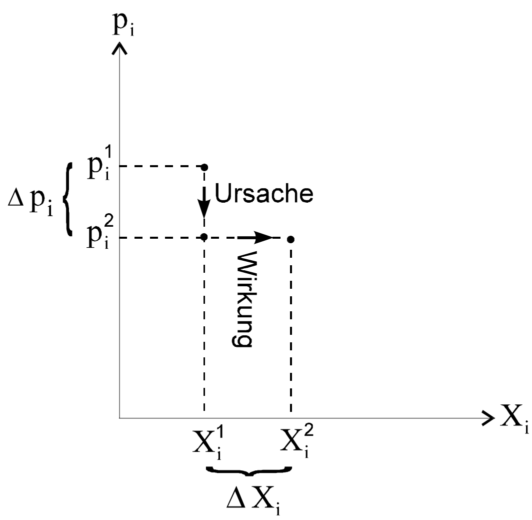


Abb. 29: Ursache - Wirkung

Bei differenzierbaren Nachfragefunktionen können **Punktelastizitäten** berechnet werden:

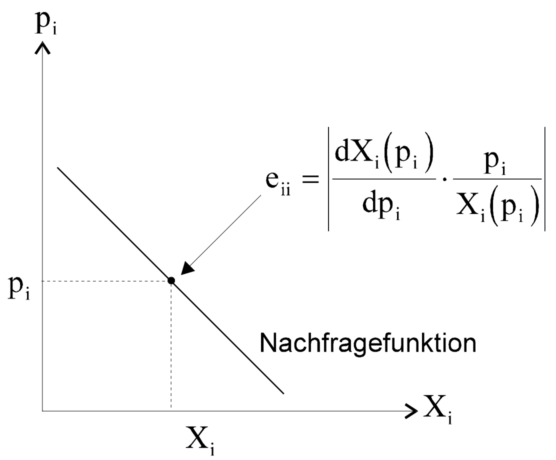


Abb. 30: Preiselastizität der Nachfrage als Punktelastizität

Rechenbeispiel: Preiselastizität der Nachfrage

Problem

Gegeben sei die Nachfragefunktion :

$$X_i(p_i) = 5 - p_i$$

Man berechne die Elastizität für die Preise $\frac{1}{2}$, 1, 2, 3, 4, und $4\frac{1}{2}$.

Lösungsansatz

$$e_{ii} = \left| \frac{dX_i(p_i)}{dp_i} \cdot \frac{p_i}{X_i(p_i)} \right| \quad \text{mit} \quad \frac{dX_i}{dp_i} = -1 \quad \text{und} \quad X_i(p_i) = 5 - p_i \,.$$

Lösung

Preis	$\left\|\frac{dX_i(p)}{dp_i}\cdot\frac{p_i}{X_i(p)}\right\|$	e_{ii}
$\frac{1}{2}$	$\left\|-1\cdot\frac{\frac{1}{2}}{4\frac{1}{2}}\right\|$	$\frac{1}{9}$
1	$\left\|-1\cdot\frac{1}{4}\right\|$	$\frac{1}{4}$
2	$\left\|-1\cdot\frac{2}{3}\right\|$	$\frac{2}{3}$
3	$\left\|-1\cdot\frac{3}{2}\right\|$	$\frac{3}{2}$
4	$\left\|-1\cdot\frac{4}{1}\right\|$	4
$4\frac{1}{2}$	$\left\|-1\cdot\frac{4\frac{1}{2}}{\frac{1}{2}}\right\|$	9

Abb. 31: Elastizität

❑

Übersteigt der Betrag des Quotienten aus relativer Mengenänderung und relativer Preisänderung den Wert 1, dann spricht man von einem **elastischen** Zusammenhang. Liegt der Betrag zwischen 0 und 1, dann nennt man den Zusammenhang **inelastisch** (vgl. Abb. 32, S. 44).

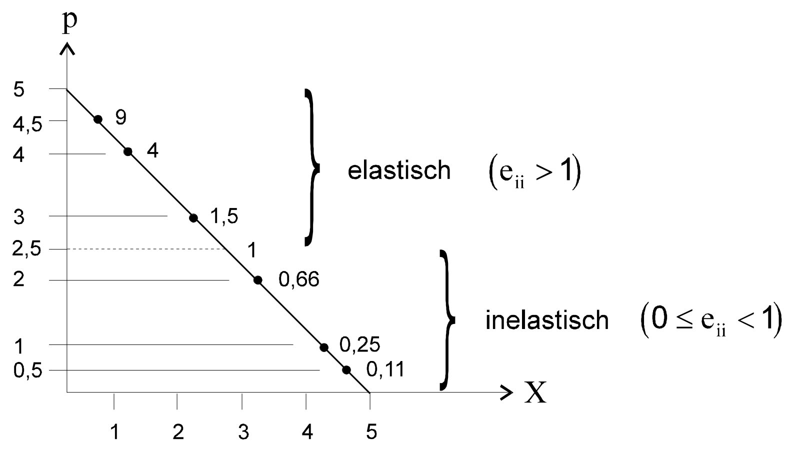


Abb. 32: Elastisch - Inelastisch

Ein **Beispiel** zeigt die Bedeutung der Elastizität bei der Frage, ob der Umsatz durch eine Preiserhöhung steigt oder sinkt.

> Der Umsatz, der im Markt mit dem Verkauf von Gütern realisiert wird, berechnet sich aus $p \cdot X$. Steigt der Preis, dann sinkt die abgesetzte Menge und umgekehrt. Steigt der Preis beispielsweise um 10% und sinkt die Menge um 5%, dann erhöht sich der Umsatz und der Zusammenhang ist inelastisch. Reagieren die Konsumenten auf die Preiserhöhung jedoch elastisch, indem die Menge um 20% sinkt, dann reduziert sich der Umsatz aufgrund der Preiserhöhung. Eine Preiserhöhung führt also zu einer Umsatzsteigerung, wenn die Nachfrage inelastisch reagiert. Bei einer elastischen Nachfragereaktion verringert sich der Umsatz. Beträgt die Elastizität genau 1, dann ändert sich der Umsatz durch die Preiserhöhung nicht.

Die Elastizität kann als Abhängigkeit der Konsumenten von dem Produkt interpretiert werden. Steigt der Preis des Produktes i und ist die Elastizität hoch, dann wechseln die Konsumenten zahlreich zu Substituten, was einen entsprechend hohen Nachfragerückgang bei Produkt i verursacht. Die Konsumenten sind also relativ wenig von dem Produkt i abhängig. Sind jedoch keine Substitute verfügbar, dann wird die Mengenreaktion geringer ausfallen und die Elastizität ist niedrig.

Die Nachfrage nach einem bestimmten Produkt mit einem bestimmten Preis hängt immer auch von den Preisen der Substitute ab. Diese Abhängigkeit messen wir mit **Kreuzpreiselastizitäten**. Wir gewinnen durch Kreuzpreiselastizitäten e_{ij}, $i \neq j$ ein grundsätzliches Verständnis des Wechselverhaltens von Konsumenten, welches durch eine Preiserhöhung von Substituten ausgelöst wird. Die Kreuzpreiselastizität einer Gesamtnachfragefunktion $X_i = F\left(p_1,\ldots,p_i,\ldots,p_j,\ldots,p_n,B_1,\ldots,B_m\right)$ berechnet sich nach der folgenden Formel:

$$\underset{i\neq j}{e_{ij}} = \left|\frac{\frac{\Delta X_i(p_i)}{X_i(p_i)}}{\frac{\Delta p_j}{p_j}}\right| = \left|\frac{\Delta X_i(p_i)}{\Delta p_j}\cdot\frac{p_j}{X_i(p_i)}\right|$$

Bei differenzierbaren Nachfragefunktionen kann die Punktkreuzelastizität bestimmt werden:

$$\underset{i\neq j}{e_{ij}} = \left|\frac{dX_i(p_i)}{dp_j}\cdot\frac{p_j}{X_i(p_i)}\right|$$

Rechenbeispiel: Elastizität und Kreuzpreiselastizität

Problem

Man kennt die folgende Nachfragefunktion:

$$X_3(p_2, p_3) = 100 + 4p_2 - 7p_3$$

Hierbei bedeuten

X_3: z.B. Nachfrage nach Stiefeln

p_3: z.B. Preis von Stiefeln

p_2: z.B. Preis von Halbschuhen

Es seien $p_2 = 3$ und $p_3 = 6$. Die Elastizitäten e_{32} und e_{33} sind zu berechnen und die Preiserhöhungen um 10% zu interpretieren.

Erläuterung der Nachfragefunktion

Steigt der Preis p_3 von Stiefeln um 2 Einheiten, so sinkt die Nachfrage nach Stiefeln um 14 Einheiten.

Steigt der Preis p_2 von Halbschuhen um 2 Einheiten, so steigt die Nachfrage nach Stiefeln um 8 Einheiten.

Lösungsansatz

Die Formeln der Elastizitäten lauten:

$$e_{32} = \left| \frac{dX_3(p_2, p_3)}{dp_2} \cdot \frac{p_2}{X_3(p_2, p_3)} \right|$$

und

$$e_{33} = \left| \frac{dX_3(p_2, p_3)}{dp_3} \cdot \frac{p_3}{X_3(p_2, p_3)} \right|$$

Um die Elastizitäten e_{32} und e_{33} zu berechnen, bilden wir zunächst die **partiellen Ableitungen** der Gesamtnachfragefunktion nach p_2 und p_3:

$$X_3'(p_2) = \quad 4$$

$$X_3'(p_3) = -7$$

Dann berechnen wir für $p_2 = 3$ und $p_3 = 6$ den Wert für X_3:

$$X_3(3{,}6) = 100 + 4 \cdot 3 - 7 \cdot 6 \qquad = 70$$

Lösung

Einsetzen von $X_3'(p_2)$, $X_3'(p_3)$ und X_3 in die Elastizitätsformeln liefert:

$$e_{32} \qquad = \left| 4 \cdot \frac{3}{70} \right| \qquad = \frac{12}{70} \qquad = 0{,}171$$

und

$$e_{33} \qquad = \left| -7 \cdot \frac{6}{70} \right| \qquad = \frac{3}{5} \qquad = 0{,}6$$

$e_{32} = 0{,}171$ ist inelastisch, da $e_{32} < 1$. Eine Preiserhöhung von p_2 um 10% hätte zur Folge, daß die nachgefragte Menge um 1,7% steigt.

$e_{33} = \frac{3}{5}$ ist inelastisch, da $e_{33} < 1$. Eine Preiserhöhung von p_3 um 10% hätte zur Folge, daß die nachgefragte Menge um 6% sinkt.

❑

Zur Interpretation der Kreuzpreiselastizität als Maß für die Substitution soll auf einige kritische Aspekte hingewiesen werden.

- Neben dem Preis gibt es noch andere Merkmale, die das wahrgenommene Eigenschaftsbild des Produktes verändern und die Substitutionshandlungen der Haushalte beeinflussen. Sie werden mit der Kreuzpreiselastizität nicht erfaßt.

- Die Einflüsse einer Preisänderung eines Gutes auf das Substitutionsverhalten sind vielschichtig. Eine Preiserhöhung löst folgende Effekte aus:

  (1) **Negativer Nachfrageeffekt**, da das Gut relativ teurer wird und vom Haushalt durch ein Gut mit vergleichbaren relevanten Eigenschaften ersetzt wird (Substitutionseffekt).

  (2) **Negativer Nachfrageeffekt** (normales Gut), da durch die Preiserhöhung des Gutes das reale Einkommen des Haushalts sinkt und er deshalb weniger von diesem, aber auch von anderen normalen Gütern kauft (Einkommenseffekt).

  (3) **Positiver Nachfrageeffekt** (inferiores Gut), da der real ärmere Haushalt mehr von inferioren Gütern kauft (Einkommenseffekt).

  (4) **Positiver Nachfrageeffekt** bei unvollkommenen Informationen, da der höhere Preis des Gutes eine gestiegene Qualität signalisiert (Qualitätseffekt). Der qualitätsbewußte Haushalt konsumiert jetzt mehr von dem Gut und weniger von dem Substitut.

3.5 Isoelastische Nachfragefunktion

Die isoelastische Nachfragefunktion $X(p)$ weist an jedem Punkt die gleiche Elastizität auf:

$$X_i(p_i) = A \cdot p_i^{-B}$$

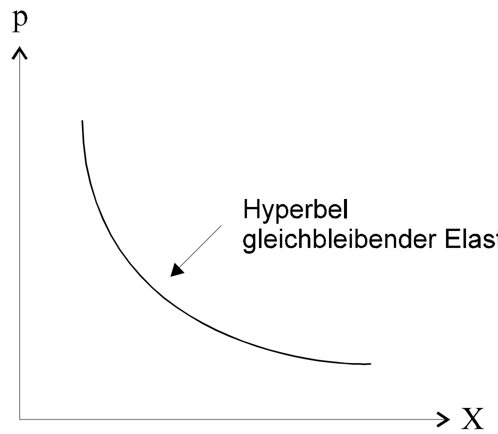


Abb. 33: Isoelastisch

Problem

Wir wollen darstellen, daß für $X_i(p_i) = A \cdot p_i^{-B}$ die Elastizität $e_{ii} = \left| \frac{dX_i(p_i)}{dp_i} \cdot \frac{p_i}{X_i(p_i)} \right|$ tatsächlich konstant ist. Hierbei zeigen wir, daß $e_{ii} = B$ ist.

Lösungsweg

Zunächst bilden wir die Ableitung $\frac{dX_i(p_i)}{dp_i}$:

$$\frac{dX_i(p_i)}{dp_i} = A \cdot (-B) \cdot p_i^{-B-1}$$

und setzen sie zusammen mit $X_i(p_i) = A \cdot p_i^{-B}$ in die Elastizitätenformel ein:

$$e_{ii} = \left| \frac{-A \cdot B \cdot p_i^{-B-1} \cdot p_i}{A \cdot p_i^{-B}} \right| = \left| \frac{-B \cdot p_i^{-B}}{p_i^{-B}} \right|$$

$$= B$$

Ergebnis

Da B per Annahme konstant ist, muß auch $e_{ii} = B$ für alle p konstant sein.

❑

3.6 Arbeitsangebot (Freizeitnachfrage) des privaten Haushalts

Das Budget des privaten Haushalts wird maßgeblich durch seine Arbeitszeit bestimmt. Hierfür erhält der Haushalt den Zeitlohn w_L. Das theoretisch maximale Budget bestimmt sich bei gegebenem Lohnsatz durch die maximal mögliche Arbeitszeit L^{max} und läge z.B. bei $B = w_L \cdot 15$. Mit jeder Freizeiteinheit verzichtet der Haushalt auf w_L, da sich die Arbeitszeit L entsprechend reduziert. Wir können ein Konsumgut $x_{Freizeit}$ definieren, welches zum Preis w_L gekauft wird.

Rechenbeispiel: Berechnung des Arbeitsangebots

Problem

Es sei $w_L = 4$ und $L^{max} = 15$. Damit beträgt $B = 60$. Das Budget kann der Haushalt nun dafür verwenden, Freizeit und ein anderes Konsumgut zu kaufen. x_1 sei das Freizeitgut und x_2 sei die Menge eines anderen Konsumgutes mit $p_1 = w_L = 4$, $p_2 = 2$ und $U(x_1, x_2) = x_1 \cdot x_2 + 2x_1$.

Der Konsument maximiert seinen Nutzen.

Lösungsansatz

$$\max_{x_1,x_2} U(x_1, x_2) = x_1 \cdot x_2 + 2x_1 \qquad \text{(Zielfunktion)}$$

unter der Bedingung:

$$B = 60 = 4 \cdot x_1 + 2 \cdot x_2 \qquad \text{(Restriktion)}$$

bzw. $$w_L \cdot L^{max} = 60 = 4 \cdot \left(L^{max} - L\right) + 2 \cdot x_2$$

Die Berechnung von x_1^* und x_2^* führten wir bereits in Abschnitt 2.6 durch (Rechenbeispiel: Berechnung der Konsumentscheidung, S. 20).

Ergebnis

Der Haushalt plant den Kauf von 8 Freizeiteinheiten und damit eine Arbeitszeit von 7 Einheiten bei einem Warenkonsum von 14 Einheiten.

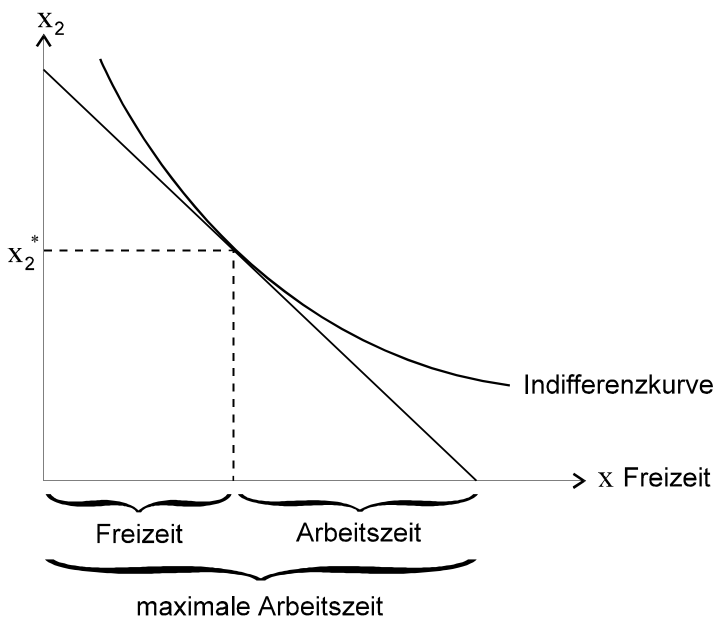


Abb. 34: Arbeitsangebot und Freizeitnachfrage des privaten Haushalts

❑

3.7 Präferenzen - genauer betrachtet

Präferenzen haben wir sehr einfach dargestellt. Entsprechend unzureichend sind die Erklärungen des Nachfrageverhaltens von privaten Haushalten und Märkten. Wir wollen jetzt einen etwas tieferen Blick in die Verhaltensursachen von Individuen werfen. Tatsächlich sind Präferenzen äußerst komplexe Gebilde, mit denen sich die Konsumentenforschung intensiv beschäftigt. Es wurden **Totalmodelle** entwickelt, bei denen quantitative und qualitative Determinanten des Verhaltens, sowie die intraindividuellen Dispositionen und Abläufe, die zur Kaufentscheidung führen, explizit abgebildet sind. Man unterscheidet zwischen (1) empfangenen **Reizen** und **Informationen**, (2) den **intervenierenden Variablen** der aktivierenden und kognitiven Konstrukte und den (3) verhaltensbeschreibenden **Outputvariablen**. Aktivierung und Kognition sind Bestandteile intraindividueller Vorgänge.

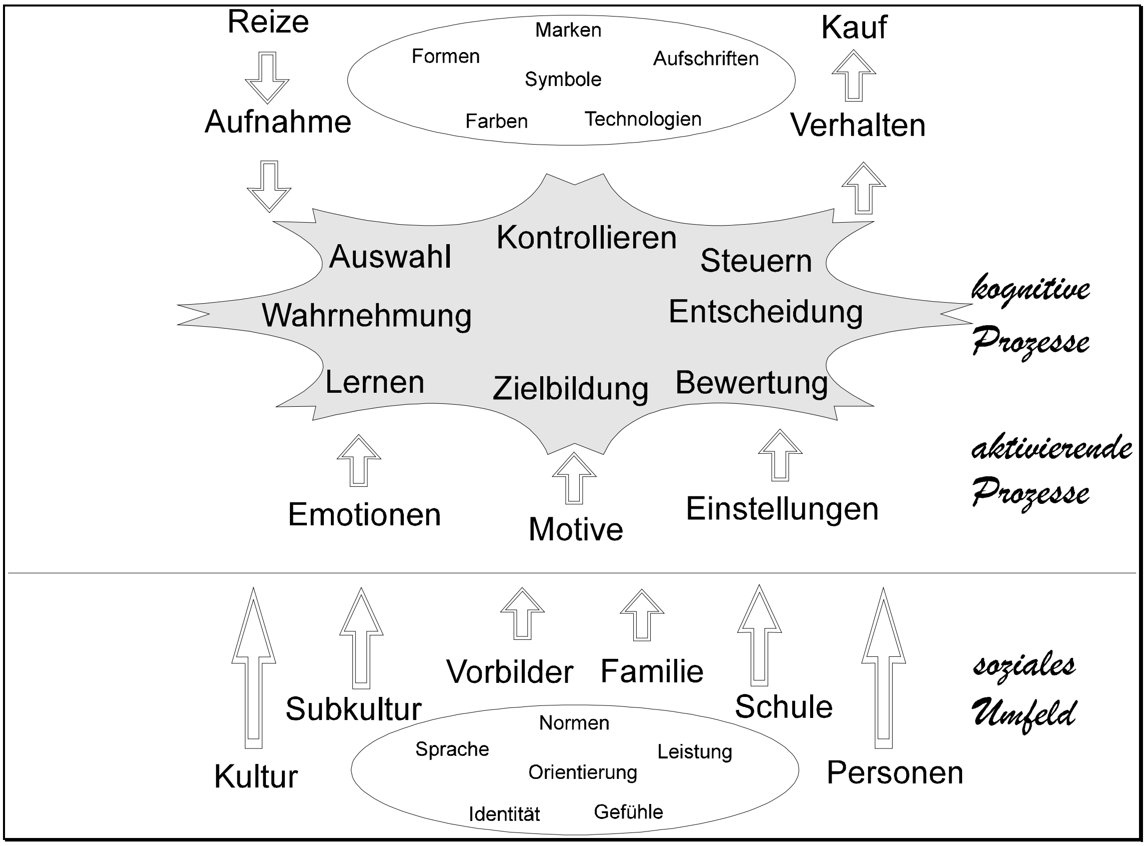


Abb. 35: Totalmodell der Konsumentscheidung

Verhalten ist das Ergebnis eines psychischen Prozesses, zu dem verschiedene Komponenten gehören. Hierbei treten zahlreiche Wechselwirkungen auf. Wir stellen nachfolgend die Komponenten vor:

a) Reizaufnahme und Selektion,
b) Aktivierende Vorgänge,
c) Kognitive Vorgänge, und
d) Verbundprozesse

a) Reizaufnahme und Selektion

Eine Vielfalt äußerer und innerer Reize strömt auf das Individuum ein. Die Reize werden sensorisch aufgenommen, identifiziert, selektiert, weitergeleitet oder vergessen. Diese Vorgänge der Reizaufnahme stellen eine erste kognitive Leistung dar. Auf die Reizselektion wirken verschiedene gesellschaftliche und individuelle Faktoren ein. Erst die weitergeleiteten Reize können wahrgenommen werden und Emotionen wecken.

b) Aktivierende Vorgänge

Innere und äußere Reize wecken Mangelgefühle im weitesten Sinne (**Emotionen)** und Wünsche nach Bedürfnisbefriedigung (**Motive**). Emotionen und Motive treiben das Kaufverhalten des privaten Haushalts an.

EMOTION: innere Erregungszustände	MOTIV: besitzen eine Zielorientierung

Abb. 36: Emotion und Motiv

Seit **Maslow** (1908-1970) unterscheidet man in den Sozialwissenschaften fünf Motivklassen, die für das Individuum in einer hierarchischen Ordnung stehen:

- Physiologische Motive (Schutz vor Gefährdung und Untergang)
- Sicherheitsmotive (Schutz vor unvorhersehbarer Beeinträchtigung)
- Soziale Motive (Wunsch nach Kommunikation)
- Wertschätzungsmotive (Streben nach Selbstvertrauen und Anerkennung)
- Selbstverwirklichungsmotive (Gestaltung des Lebensraums nach eigenen Wertvorstellungen)

Produkte, die nicht nur physiologische und Sicherheitsbedürfnisse befriedigen, sondern auch Statuscharakter besitzen, können als superior gelten. In **wohlhabenden Gesellschaften** lassen sich deshalb solche Produkte besonders gut verkaufen, die Kunden soziale Anerkennung und individuelle Selbstverwirklichung ermöglichen. Produkte, die hingegen „nur" lebenserhaltend sind, deren Gestaltung jedoch einfach und unauffällig ist, bleiben unbeachtet. Sie sind in wohlhabenden Gesellschaften häufig inferior.

c) Kognitive Vorgänge

Während aktivierende Vorgänge das Individuum antreiben, dienen kognitive Verarbeitungsprozesse dem **Erkennen** der Umwelt, der **Kontrolle** und **Steuerung** des Verhaltens. Informationen müssen wahrgenommen und verarbeitet werden (Denk, Lern- und Gedächtnisvorgänge) und weitere gezielte Wahrnehmungsvorgänge werden ausgelöst, bis es schließlich zur Handlung kommt.

KOGNITIVE PROZESSE: Vorgänge des Erkennens, Kontrollierens und Steuerns

Abb. 37: Kognitive Prozesse

Kognitive Vorgänge vernetzen die unmittelbar empfangenen Reize und Informationen (Kurzzeitkomponente) mit trägen Bestandteilen aus dem Langzeitgedächtnis, welches früher empfangene Reize, als auch Emotionen und kognitive Leistungen abgespeichert hat. Je nach Persönlichkeit und gemachten Erfahrungen beeinflußt das Langzeitgedächtnis das Verhalten unterschiedlich stark und mit anderen Inhalten.

SENSORISCHER SPEICHER
- passive kurze Speicherung
- schnelle Selektion und Weitergabe von Informationen

KURZZEITSPEICHER
- Entschlüsselung und Identifizierung innerer und äußerer Reize
- Bewertung
- Verknüpfung mit vorhandenen Informationen

LANGZEITSPEICHER
- langfristige Ablage von Informationen

Abb. 38: Gedächtnis

d) Verbundprozesse

Richtung und Verlauf des Verhaltens werden nach einer Aktivierung von verfestigten Ansichten (**Einstellungen**) beeinflußt. Einstellungen lassen sich als in der Vergangenheit stattgefundene Verbindungen von Aktivierungs- und gedanklichen Verarbeitungsprozessen auffassen, die im Langzeitgedächtnis abgespeichert wurden und die der Gegenstandsbeurteilung dienen.

Da das Individuum eine Flut von Reizen, Informationen und Werturteile zu bewältigen hat, muß es sich erlernter Muster und Modelle bedienen, mit denen es sortieren, begreifen, erklären und schlußfolgern kann.

- Nicht-Relevantes wird in den Hintergrund gedrängt. Damit selektieren Einstellungen relevante Reize, Informationen und Werturteile.
- Die Umwelt wird hierdurch strukturiert und bereits interpretiert. Es werden schnelle Orientierungen und Stellungnahmen möglich.
- Einstellungen verhindern starke Verhaltensschwankungen bei unterschiedlichen Reizen. Das Individuum wird in seinen Handlungen konsistent und berechenbar.
- Da Einstellungen erlernt sind, können sie als Instrument der sozialen Integration angesehen werden. Hierdurch kann die Konformität in der Gesellschaft mit der Ausprägung von Kulturen und Subkulturen erhöht werden.

Abb. 39: Bedeutung von Einstellungen

3.8 Aufgaben zum 3. Kapitel

(1.) Multiple Choice

Kreuzen Sie an!

richtig	falsch

Bei einem inferioren Gut reduziert sich die nachgefragte Menge, wenn sein Preis steigt.

richtig	falsch

Individuelle Nachfragefunktionen werden durch horizontale Addition aggregiert.

richtig	falsch

Eine Erhöhung des Nominaleinkommens bei sinkendem Güterpreis erhöht das Realeinkommen.

richtig	falsch

Das Realeinkommen steigt bei einer Erhöhung des Güterpreises und konstantem Nominaleinkommen.

richtig	falsch

Nur ein Preis variiert und der Haushalt fragt optimale Güterkörbe nach. Die Menge dieser Güterkörbe bildet eine Preis-Konsum-Kurve.

richtig	falsch

Der Substitutionseffekt besagt, daß der Konsum eines Gutes steigt, wenn sein Preis sinkt.

richtig	falsch

Einkommenseffekte bewirken stets eine Zunahme des Konsums aller Güter.

richtig	falsch

Bei einer Preiselastizität der Nachfrage von 1 beträgt die relative Änderung der nachgefragten Menge bei einer Preisänderung Null.

richtig	falsch

Kreuzpreiselastizitäten enthalten deshalb Qualitätseffekte, weil Konsumenten einen hohen Preis mit guter Qualität gleichsetzen.

(2.) Nachdem letztes Jahr 360 Sonnentage s auf den Dreyländ-Inseln verzeichnet wurden stiegen die Hotelpreise p auf 40.000 Drey-Taler pro Übernachtung und Bett. Dreylands statistisches Nationalamt schätzt den empirischen mittleren Zusammenhang zwischen der touristischen Nachfrage nach Übernachtungen Q, dem Übernachtungspreis p und den Sonnentagen s durch folgende Gleichung:

$$X(p,s) = -5000 + \frac{1}{2}p + 200s\,.$$

Ermitteln Sie die Sonnentagelastizität der Übernachtungsnachfrage! Ist der Zusammenhang elastisch oder inelastisch?

(3.) Gegeben sind zwei Nachfragefunktion, die normale Nachfrageverhältnisse widerspiegeln, aber noch durch Operatoren (+, -) ergänzt werden müssen. Gut 2 sei ein Substitut zum Gut 1 und ein Komplement zum Gut 3.
Setzen Sie die Operatoren (+, -) in die Kästchen der Gleichungen!

$$x_1 = 25 \;\square\; 2\cdot p_1 \;\square\; 3\cdot p_2$$
$$x_3 = 100 \;\square\; 5\cdot p_3 \;\square\; p_2$$

(3.1) Bestimmen Sie die Kreuzpreiselastizität e_{32}, wenn der Preis $p_3 = 2$ Geldeinheiten beträgt und der Preis $p_2 = 10$ Geldeinheiten.

(4.) Geben sei die Funktion $p(X) = A \cdot X^{-\frac{1}{B}}$. Hierbei bezeichnen p den Preis und X die nachgefragte Menge. A und B sind konstant. Zeigen Sie, daß die Funktion isoelastisch ist.

(5.) Grenzen Sie die Begriffe **Motiv** und **Einstellung** voneinander ab.
(6.) Nennen Sie die Kaufmotive nach Maslow.
(7.) Wie arbeiten sogenannte S-R Modelle?

Überprüfen Sie die folgenden Stichworte (Quelle: Gablers Wirtschaftslexikon)

•Aggregation •Aktivierung •Einkommenseffekt •Einstellung •Elastizität
•Emotion •Engel-Kurve •inferiore Güter •isoelastische Funktion
•Käuferverhalten •Kreuzpreiselastizität •Motiv •Nachfragefunktion
•normale Güter •Nominaleinkommen •Preiselastizität •Preis-Konsum-Kurve
•Realeinkommen •Slutsky-Gleichung •Wahrnehmung

4 Unternehmenstheorie

In diesem Kapitel zeigen wir, wie sich das gewinnmaximierende Verhalten der Unternehmen als **Angebotsfunktion** abbilden läßt:

> Das Modell des Unternehmens beginnt mit Prämissen und der Zielfunktion. Dann diskutieren wir den Kostenbegriff. Die Differenz aus Erlös und Kosten liefert den Gewinn. Dessen Maximierung erlaubt die Herleitung von Preisuntergrenzen und Angebotsfunktionen der Unternehmen. Die horizontale Addition der Angebotsfunktionen liefert die **Gesamtangebotsfunktion**.

Mit Hilfe der Gesamtangebotsfunktion und der im letzten Kapitel hergeleiteten Gesamtnachfragefunktion läßt sich das Verhalten eines Marktes studieren.

Als Zielgröße des Unternehmens verwenden wir den **Gewinn**. Nun ist der Gewinnbegriff nicht eindeutig:

> Man kennt den Jahresüberschuß als Differenz zwischen dem periodisierten **Wertezugang** und dem **Werteverbrauch**. Der Wertezugang oder -verbrauch kann, muß aber nicht zahlungswirksam sein (z.B. Lagerbestandsvorgänge). Korrigiert man den Jahresüberschuß um die Einstellungen in und Entnahmen aus den Rücklagen, sowie um Gewinn- und Verlustvorträge, erhält man den **Bilanzgewinn**. Gewinne können wir aber auch im Sinne der **Kostenrechnung** als Differenz zwischen Erlösen und Kosten verstehen, wenn man den Wertezugang und -verbrauch einerseits auf die Erstellung der betrieblichen Leistung einschränkt, andererseits Zusatzkosten (Unternehmerlohn, kalkulatorische Wagniszuschläge, kalkulatorische Abschreibungsdifferenzen) berücksichtigt.

Wir betrachten mehrere kürzere Perioden (z.B. Jahre). Es entstehen Probleme der zeitlichen Abgrenzung von Wert- und Zahlungsvorgängen im Unternehmen. So führt die Erhöhung des Lagerbestands zwar zu einem Wertezugang, nicht jedoch zu einer Einzahlung. Wir verweisen hierzu auf einschlägige Darstellungen des **Rechnungswesens**. Das Abgrenzungsproblem verschwindet bei einer sehr langen Periode. Damit werden alle Wertevorgänge im Unternehmen letztlich auch zahlungswirksam: Einem Wertezugang, z.B. durch eine Lagerbestandserhöhung, folgt eine **Einzahlung** aus dem Verkauf (oder der Liquidation) der erzeugten Güter, und einem Werteverzehr, z.B. einer Abschreibung, folgt die entsprechende **Beschaffungsauszahlung** (oder Liquidation des Restwerts) noch in der gleichen Periode. Wir unterstellen in unserer Betrachtung, daß der Wertezugang sich als Einzahlung und der Werteverzehr als Auszahlung realisiert. Es ist in der Mikroökonomie üblich, den Wertezugang als **Erlös** und den Werteverbrauch als **Kosten** zu bezeichnen.

Wie bisher gehen wir von einer **vollkommenen Informationsmenge** aus, wenn nicht explizit auf eine andere Prämisse hingewiesen wird. Die Informationen sind **symmetrisch verteilt** und **sicher** (vgl. Abschnitt 1.4, S. 6).

4.1 Prämissen zum Modell des Unternehmens

Trotz aller Relativierungen ist die **Gewinnfunktion** die wichtigste Zielvorgabe für die mikroökonomische Unternehmens- und Wettbewerbstheorie.
Dies hat folgende Ursachen:

1.) Moderne Volkswirtschaften sind **kapitalistisch** organisiert, da sich die Produktionsmittel überwiegend in privatem Eigentum befinden und das Eigentumsrecht mit länderspezifischen Einschränkungen ausgeübt werden kann. Einschränkungen der kapitalistischen Eigentumsausübung ergeben sich aus der Rechtsordnung, die den allgemeinen gesellschaftlichen Interessen Rechnung trägt, und beispielsweise aus den Zielkonflikten zwischen Eigentümern und Geschäftsführern, insbesondere in großen Aktiengesellschaften.

2.) Die Unternehmen konkurrieren im internationalen **Wettbewerb**. Die Anforderungen an eine soziale, demokratische und ökologische Wirtschaft sind in vielen Ländern sehr gering, was zwar bedauert werden kann, doch setzen diese Länder (z.B. China) global den Kostenstandard bei gleichzeitig anerkannt guten Absatzleistungen. Der dauerhafte Gewinn entscheidet maßgeblich darüber, wer sich im internationalen Markt behaupten kann. Im Grundsatz können soziale, demokratische und ökologische Ziele im Unternehmen nur realisiert werden, wenn
   - dies international abgestimmt geschieht, um Wettbewerbsverzerrungen zu vermeiden, oder
   - hierdurch gleichzeitig die Arbeitsproduktivität steigt, oder
   - eine gute und dauerhafte Gewinnlage diesen Weg zuläßt.

3.) Die Volkswirtschaften sind **monetär** organisiert. Der Gewinn wird deshalb in Geld und nicht in privatem oder gesellschaftlichem Nutzen gemessen.

Natürlich spielen neben dem langfristigen Gewinn noch andere Ziele eine wichtige Rolle und wir verweisen auf Modellentwicklungen, bei denen soziale Ziele der Unternehmen unter der Bedingung eines befriedigenden Gewinniveaus maximiert werden. Verschiedene Organisationsformen unterstützen die Mitbestimmung und Mitwirkung der Arbeitnehmer bei den Unternehmensentscheidungen (Mitbestimmungsmodelle). Der Produktivitätseffekt dieser **Demokratisierungsmaßnahmen** wird allgemein hoch eingeschätzt. **Ökologische Unternehmensphilosophien** fordern umweltschonende Produkte und Produktionsweisen, die sich in den Stoffkreislauf der Natur einfügen. Es ist damit zu rechnen, daß zukünftige GATT-Runden (General Agreement on Tariffs and Trade) die Themen **„social dumping"** und **Ökologie** aufgreifen und sich um eine Angleichung der Wettbewerbsvoraussetzungen bemühen werden.

Die Gewinnfunktion, die wir verwenden, bezieht sich auf ein **Einproduktunternehmen** oder ein Einproduktprofitcenter in einem **Mehrproduktunternehmen**. Der Gewinn kann als die Differenz zwischen Erlösen und Kosten definiert werden.

Bezeichnen wir den Produktpreis mit p, die Produktmenge mit q und die Kosten als Funktion der Produktmenge mit K(q), dann lautet die **Gewinnfunktion** $\Pi(q)$:

$$\Pi(q) \qquad = p \cdot q - K(q) \qquad p, q \geq 0$$

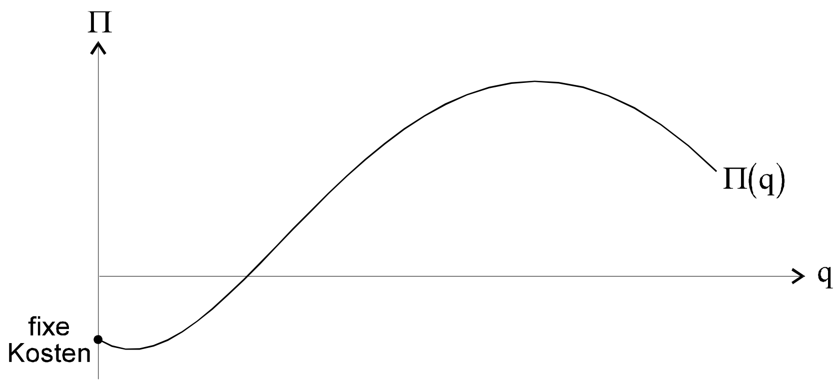


Abb. 40: Gewinnfunktion

Der Marktpreis ist hier ein Parameter (konstant), was allerdings nur für kleine Unternehmen, deren Marktanteil gering ist und die den Marktpreis nicht beeinflussen, zutrifft.

Im allgemeinen gilt

$$\Pi(q) = p(q) \cdot q - K(q) \qquad \text{mit } p, q > 0 .$$

Die einzelne Absatzmenge q, Teil des Marktvolumens Q, übt einen Einfluß auf den Marktpreis aus.

Wir müssen uns Gedanken über die **Wettbewerbsstruktur** eines Marktes machen.

Anbieter	**Nachfrager** einer	mehrere	viele
einer	bilaterales Monopol	beschränktes Angebots-monopol	**Monopol** (Angebotsmonopol)
mehrere	beschränktes Nachfrage-monopol	bilaterales Oligopol	**Oligopol** (Angebotsoligopol)
viele	Nachfrage-monopol (Monopson)	Nachfrage-oligopol	**Polypol** (vollkommene Konkurrenz)

Abb. 41: Wettbewerbsstruktur

Die bloße Anzahl der Anbieter und Nachfrager, die sich in einem Markt gegenüber stehen, kann einen Anhaltspunkt bieten (vgl. Abb. 41). Sie stellt ein sehr grobes Maß der Konzentration der Macht in einem Markt dar (vgl. Abschnitt 7.1, S. 139). Stehen viele Anbieter vielen Nachfragern gegenüber, dann ist die Machtkonzentration auf beiden Seiten gering, es herrscht ein hohes Maß an Wettbewerb zwischen den Unternehmen und zwischen den privaten Haushalten (**Polypol**). Niemand kann im Polypol den Marktpreis als einzelner durch seine Angebots- oder Nachfragemengenentscheidung beeinflussen, dafür sind diese Mengen zu klein. Insofern agiert jeder als **Preisnehmer**. Sind Anbieter und Nachfrager Preisnehmer, dann stellt der Marktpreis für jeden einzelnen einen konstanten Entscheidungsparameter dar.

Das folgende **Beispiel** zeigt die praktische Bedeutung dieser Prämisse:

> Befindet sich in einer Stadt ein Wochenmarkt, dann kann frühmorgens mit dem Obstverkäufer nicht verhandelt werden. Der Preis für Obst orientiert sich an dem Obstpreis in der Stadt und die Marktbesucher strömen zahlreich herbei. Versuchte ein Konsument, einen günstigeren Preis auszuhandeln, verwiese der Obstverkäufer ihn lediglich auf den gültigen Marktpreis und würde sich einem anderen Kunden zuwenden. Um 12:45 Uhr, kurz vor Schuß der Marktzeit, kann aber mit dem Obstverkäufer verhandelt werden. Der Konsument kann jetzt einen Einfluß auf den Preis ausüben. Woran liegt das? Der Verkäufer erwartet bis 13 Uhr nur noch wenige Kunden und möchte seine Ware loswerden. Der Konsument spürt die geringe Konkurrenz durch andere Konsumenten und die große Abhängigkeit des Obstverkäufers und nutzt diese Wettbewerbssituation für seinen Vorteil. Im Laufe des Vormittags hat sich die Situation an dem Obststand also von einem **Polypol** zu einem **Nachfragemonopol** (Monopson) verwandelt. Der Preis hängt nun von dem Verhandlungsgeschick des Obstverkäufers und des Kunden ab.

Von einem **Angebotsmonopol** (kurz: Monopol) spricht man, wenn beim einzigen Anbieter eines Produktes viele Konsumenten nachfragen. Jetzt kann der Monopolist den Preis diktieren und Kunden besitzen nur die Wahl zwischen Akzeptieren oder Verzicht. Ein **Angebotsoligopol** (kurz: Oligopol) liegt vor, wenn sich mehrere, aber wenige Anbieter auf der einen, und viele Konsumenten auf der anderen Seite befinden. Die Anbieter kennen sich und beobachten mißtrauisch gegenseitig ihre Preise. Vielleicht schließen sie sich zu einem **Preiskartell** zusammen, dann würde aus dem Angebotsoligopol ein Monopol. Im **Industriebereich** finden wir häufig bilaterale Oligopole, auf dem **Arbeitsmarkt** sind regionale Nachfragemonopole nicht selten.

Wir treffen vorläufig die Annahme, daß ein **Maximum an Konkurrenz** herrscht, also ein Polypol vorliegt. Damit beginnen wir mit der analytisch einfachsten Wettbewerbsform. In einem Polypol können die Verhaltensweisen der Konsumenten und der Anbieter durch **Nachfrage- und Angebotsfunktionen** beschrieben werden. Erst im 7. Kapitel beschäftigen wir uns ausführlich mit dem Phänomen des Monopols und des Oligopols. In den Monopol- und Oligopolsituationen existieren keine Angebotsfunktionen. Die Verhaltensweisen der oligopolistischen Unternehmen können sehr komplex sein. Zu ihrer Analyse wurde die **Spieltheorie** entwickelt.

Die wichtigsten Annahmen des Modells des Unternehmens lauten:

- Die Informationen sind sicher, vollkommen und symmetrisch verteilt.
- Die Unternehmen maximieren ihren Gewinn.
- Der Wettbewerb ist polypolistisch.
- Wir abstrahieren von Transaktionskosten (z.B. Logistikkosten, Maklergebühren u.ä.) und externen Effekten.

4.2 Kostenfunktion

Die Gewinnfunktion im Polypol lautet:

$$\Pi(q) \quad = p \cdot q - K(q) \qquad \text{mit } p, q > 0\,.$$

$K(q)$ steht hierin für die Gesamtkosten K, als Funktion der erzeugten Menge q. Indem wir die 1. Ableitung bilden und Null setzen, erhalten wir die **notwendige Bedingung** des Gewinnmaximums:

$$p \qquad = K'\left(q^*\right)$$

K'(q) bezeichnet die **Grenzkostenfunktion**. Wir unterstellen einmal, daß sich die Grenzkosten mit jedem hergestellten Stück erhöhen. Die notwendige Bedingung des Gewinnmaximums verlangt, daß die Menge q genau den Betrag q^* annimmt, bei dem die Grenzkosten $K'\left(q^*\right)$ des zuletzt hergestellten Stückes dem fixen Marktpreis p entsprechen. Steigen die Grenzkosten mit jeder hergestellten Einheit schnell an, ergibt die Optimierung nur eine kleine Produktionsmenge. Steigen die Grenzkosten aber nur langsam an, liegt auch die optimale Produktionsmenge entsprechend höher. Verlaufen die Grenzkosten konstant, existiert möglicherweise überhaupt kein Optimum. Der Kostenfunktion kommt daher im Polypol der entscheidende Beitrag zur Bestimmung der gewinnmaximalen Menge q^* zu. Wir werden uns deshalb nachfolgend mit der Kostenfunktion intensiv beschäftigen.

Kostenfunktionen beschreiben den **Werteverzehr** bei der Gütererzeugung. Es kann dabei verschiedene lineare und nichtlineare Zusammenhänge geben. Wir gehen anfänglich von einer typischen **nichtlinearen** Darstellung aus, bei der die Gesamtkosten zunächst steil ansteigen. Mit weiter wachsender Produktionsmenge flacht der Verlauf etwas ab um anschließend mit zunehmender Rate wieder zu steigen.

Dieser Verlauf der Kostenfunktion ist typisch für Verbrennungsmotoren, aber auch für die menschliche Arbeit, bei der in einer Einübungsphase die Fehlerquote hoch ist, mit weiteren Stückzahlen ein Übungseffekt eintritt der dann durch eine Ermüdungsphase abgelöst wird.

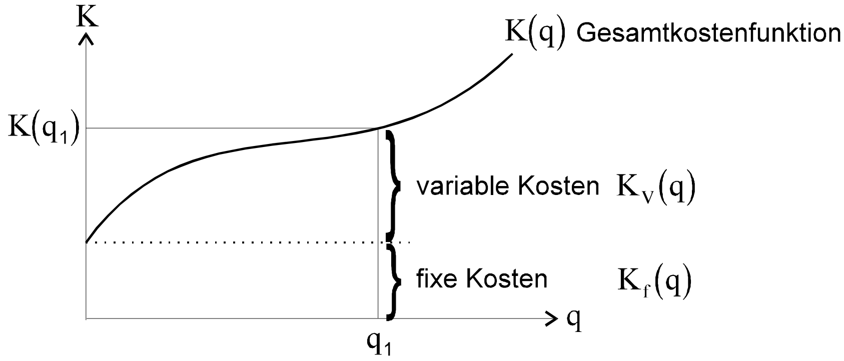


Abb. 42: Kostenfunktion

Im Gegensatz zu den variablen Kostenarten fallen **fixe Kosten** K_f unabhängig von der Ausbringungsmenge immer in der gleichen Höhe an:

Als **Beispiele** für fixe Kosten dienen Mieten, Lizenzgebühren, Gehälter, Energiekosten für Licht und die Beheizung der Räume, zeitabhängige Abschreibungen, Zinsen für Kredite, kalkulatorische Zinsen auf das Eigenkapital u.ä..

Der Quotient aus Gesamtkosten und Menge heißt **Stückkosten** $k(q)$:

$$k(q) = \frac{K(q)}{q}$$

Die Abbildung 43, S. 64, zeigt eine Gesamtkostenkurve mit den dazugehörigen Stückkosten. Die Stückkosten lassen sich aus den Gesamtkosten graphisch ermitteln, da ihre Beträge identisch mit den Steigungen der eingezeichneten Strahlen sind. Nehmen wir z.B. die Menge q^1. Für q^1 betragen die Gesamtkosten $K(q^1)$. Der Punkt ($q^1, K(q^1)$) liegt auf der Gesamtkostenkurve. Durch diesen Punkt verläuft ein Ursprungsstrahl. Die **Steigung des Strahls** durch den Punkt $(q^1, K(q^1))$ beträgt $\frac{K(q^1)}{q^1}$, was den Stückkosten der Produktionsmenge q^1 entspricht. In gleicher Weise kann man mit den Mengen q^2 und q^3 verfahren. Bei q^2 erkennt man nun sofort, daß der dazugehörige Strahl besonders ist. Er liegt **tangential** zur Gesamtkostenkurve und besitzt außerdem die geringste Steigung von allen Ursprungsstrahlen, die durch Punkte auf der Gesamtkostenkurve laufen. Bei der Menge q^2 liegt deshalb das **Stückkostenminimum**.

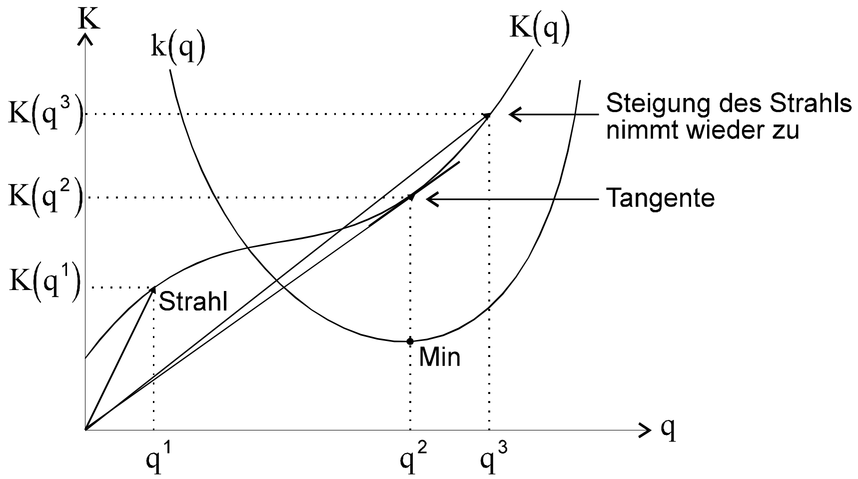
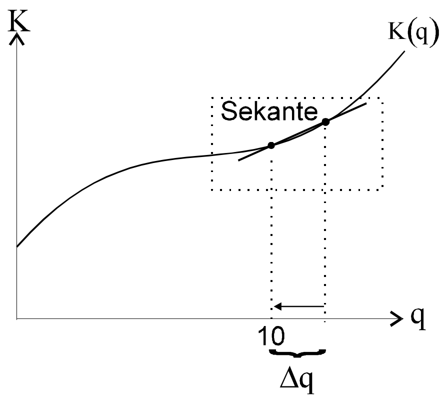


Abb. 43 : Stückkosten

Die **Grenzkosten** beschreiben die Steigerung der Kosten, wenn die Menge q um eine winzige Differenz Δq erhöht wird. Natürlich kann Δq in der Realität nicht unendlich klein werden. Gestatten wir uns aber diese Abweichung von der Wirklichkeit in der Meinung, hierdurch nicht einen gravierenden Fehler zu begehen, dann können wir die Grenzkosten algebraisch per Differentiation der Gesamtkostenfunktion und graphisch durch Steigungen der Tangenten an die Gesamtkostenkurve ermitteln (vgl. Abschnitt 9.2, S. 232).



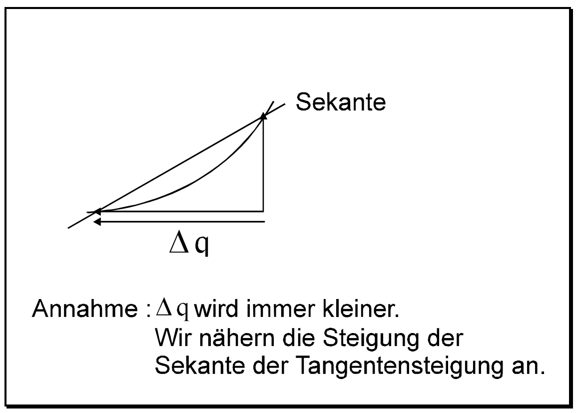


Abb. 44: Herleitung der Grenzkosten *Abb. 45: Vergrößerung*

Eine Veränderung der **Fixkosten** hat zwar einen Einfluß auf die Stückkosten, läßt die Grenzkosten aber vollständig unberührt (vgl. Abb. 46). Dies liegt daran, daß Fixkosten zwar das Kostenniveau, nicht aber den Kostenverlauf bestimmen, während die Grenzkosten ausschließlich mit dem Kostenverlauf im Zusammenhang stehen.

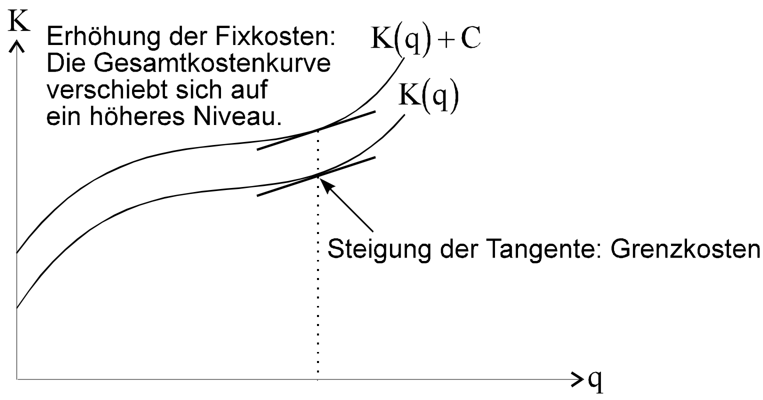


Abb. 46: Grenzkosten

Das nachfolgende **Beispiel** verdeutlicht den Unterschied zwischen den Gesamt-, den Grenz- und den Stückkosten:

> Eine Tischlerei stellt pro Tag 20 und im Monat insgesamt 400 Tische her. Die Fixkosten (Personal, Miete, Abschreibung, Heizung u.ä.) betragen monatlich 20.000 Geldeinheiten (GE) und die variablen Kosten bei 400 Tischen 8.000 GE. Man überlegt, ob nicht ein weiterer Tisch täglich mit Überstunden hergestellt werden sollte.
>
> Die Gesamtkosten für 400 Tische betragen 28.000 GE, mit Durchschnittskosten von 70 GE. Natürlich wäre es falsch anzunehmen, daß ein weiterer Tisch nun mit zusätzlichen Kosten von 70 GE täglich zu Buche schlägt, denn in den 70 GE sind fixe Kosten enthalten und die erhöhen sich definitionsgemäß durch die Produktionsausweitung nicht. Man muß vielmehr fragen, welche Kostenarten tatsächlich durch den zusätzlichen Tisch betroffen sind und um welche Beträge diese sich im einzelnen erhöhen. Die zusätzliche Herstellung eines Tisches pro Tag erhöht die Lohnkosten durch zusätzliche Überstunden und die Materialkosten. Das sind die Grenzkosten, die wir in Beziehung zu den Stückkosten setzen wollen. Da die Grenzkosten keine Fixkosten enthalten, könnten sie geringer als die Stückkosten ausfallen. Wenn aber in den abendlichen Überstunden wesentlich unproduktiver gearbeitet wird als normalerweise, dann könnten die Grenzkosten wegen des erhöhten Ausschusses auch über den Durchschnittskosten liegen (vgl. Abb. 47).

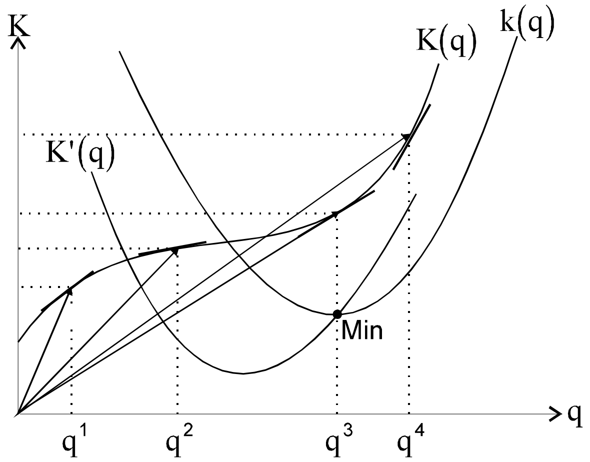


Abb. 47: Grenzkostenfunktion

q^1 und q^2: Die Grenzkosten liegen unter den Stückkosten, da die Steigungen der Tangenten kleiner als die Steigungen der Strahlen sind.

q^3: Hier sind die Grenzkosten gleich den Stückkosten, da die Steigung der Tangente gleich der Steigung des Strahls ist.

q^4: In diesem Punkt sind die Stückkosten geringer als die Grenzkosten, da die Steigung des Strahls geringer ist als die Steigung der Tangente.

Wenn wir von der Gesamtkostenfunktion die fixen Kosten abziehen, dann erhalten wir die **variable Gesamtkostenfunktion**. Graphisch stellt sich das durch eine Parallelverschiebung der q-Achse nach oben dar (vgl. Abb. 48, S. 67). Die Skala der Ordinate zeigt jetzt nur die variablen Kosten an. Es ergibt sich hierdurch ein neuer Koordinatenursprung 0'. Die Form der Gesamtkostenkurve bleibt durch diese Transformation unverändert.

Die Steigungen der Strahlen vom neuen Ursprung 0' durch die Punkte $(q, K_V(q))$ zeigen die variablen Stückkosten an:

$$k_V(q) \;=\frac{K_V(q)}{q}$$

Die Steigungen der in Abbildung 48 eingezeichneten Strahlen kennzeichnen zum einen die Minima der Stückkosten und der variablen Stückkosten, die bei den Mengen q^* bzw. q^{**} erreicht werden. Gleichzeitig stellen die Strahlen aber auch Tangenten an die Kurven $K(q)$ bzw. $K_V(q)$ dar. Ihre Steigungen kennzeichnen also auch die Grenzkosten der Mengen q^* und q^{**}. Wir folgern daraus, daß die Grenzkostenfunktion $K'(q)$ die variable Stückkostenfunktion $k_V(q)$ und die Stückkostenfunktion $k(q)$ in deren Minima schneidet.

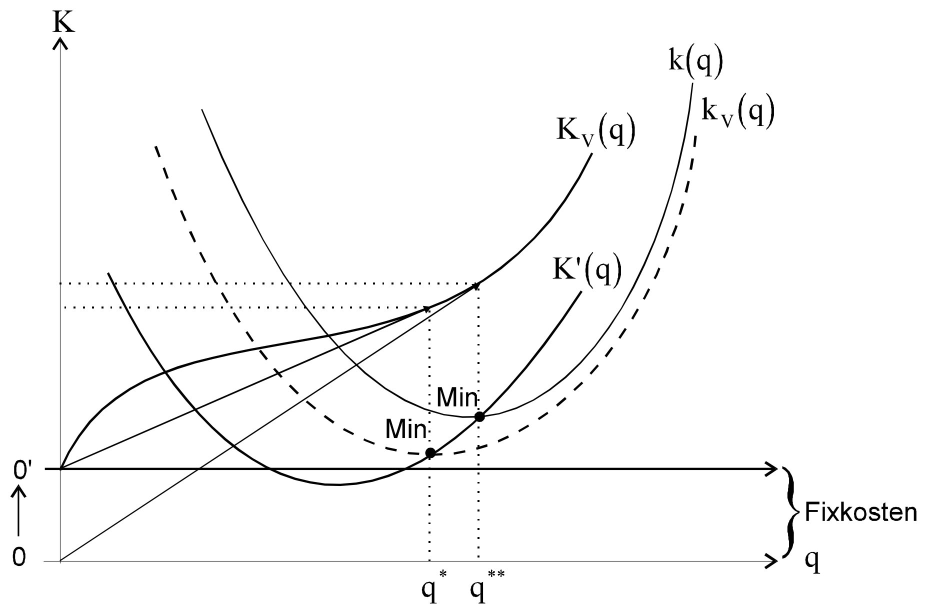


Abb. 48: Stückkosten und variable Stückkosten

Mit Hilfe dieses Kostenmodells können wir Preisuntergrenzen, Gewinn und Deckungsbeitrag darstellen und analysieren.

4.3 Lineare Gesamtkostenfunktion

In der Praxis sind auch lineare Gesamtkostenfunktionen von großer Bedeutung (vgl. Abb. 49). Häufig wird ein linearer Verlauf zumindest in einem relevanten Bereich aus Vereinfachungsgründen unterstellt.

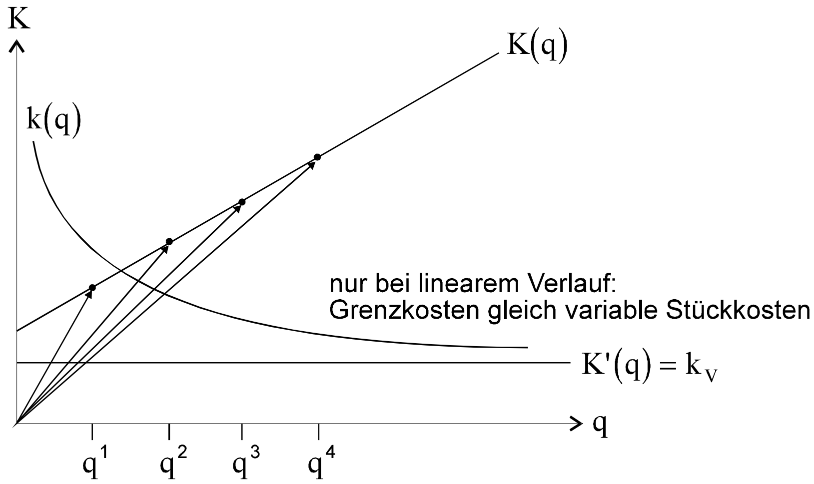


Abb. 49: Lineare Gesamtkostenkurve

Die Grenzkosten und variablen Stückkosten besitzen bei linearen Gesamtkostenfunktionen den **gleichen Betrag** und entsprechen der Steigung der Funktion. Wir wollen nun anhand der Grenzwertbetrachtung zeigen, daß die Stückkosten mit zunehmender Menge q gegen die variablen Stückkosten k_V bzw. die konstanten Grenzkosten K' konvergieren (vgl. Abschnitt 9.2, S. 232).

Der Grenzwert der Stückkosten setzt sich aus dem Grenzwert der fixen und der variablen Kosten zusammen:

$$\lim_{q\to\infty} \frac{K(q)}{q} = \lim_{q\to\infty} \frac{K_V(q)}{q} + \underbrace{\lim_{q\to\infty} \frac{K_f(q)}{q}}_{=0}$$

Der Grenzwert der fixen Kosten beträgt Null und die variablen Stückkosten konvergieren gegen k_V:

$$\lim_{q\to\infty} \frac{K(q)}{q} \qquad = k_V$$

Man erkennt sofort, daß die Effizienz der Produktion steigt, je mehr man produziert.

4.4 Gewinnmaximum

Aus der Gewinnfunktion erhält man durch Differentiation die Bedingung 1. Ordnung für das Gewinnmaximum. Wir gehen davon aus, daß ein Gewinnmaximum existiert. Wie bisher nehmen wir an, daß ein Polypol vorliegt: Unser Unternehmen ist zu klein, um den Marktpreis zu beeinflussen. Es muß sich deshalb an dem vorgegebenen Marktpreis p orientieren. Aus dem Gewinnmaximum folgt die optimale Produktionsmenge q^*:

$$\Pi(q) \quad = p \cdot q - K(q) \qquad\qquad p, q > 0$$

$$\left.\begin{array}{ll} \Pi'(q^*) & = p - K'(q^*) = 0 \\ \Pi''(q^*) & < 0 \end{array}\right\} \quad \Rightarrow q^*$$

Der Gewinn läßt sich folgendermaßen algebraisch und graphisch darstellen (vgl. Abb. 50):

$$\Pi(q) = [p - k(q)] \cdot q$$

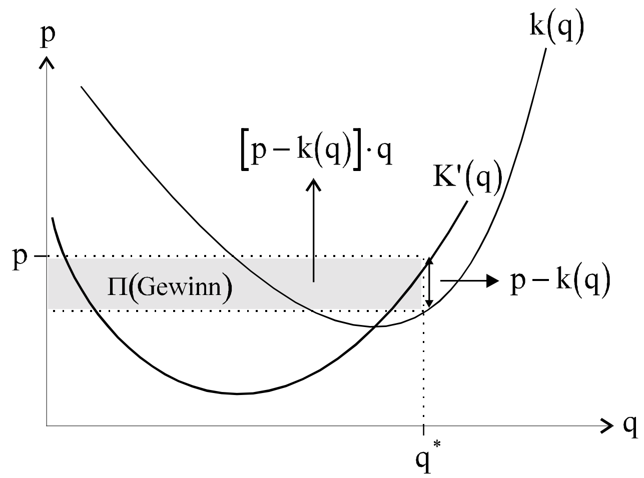


Abb. 50: Gewinnmaximum

Aus der notwendigen Bedingung für das Gewinnmaximum leitet sich die **Angebotsfunktion** des Unternehmens ab. So wie die Nachfragefunktion das Konsumentenverhalten abbildet, beschreibt die Angebotsfunktion das **Unternehmensverhalten** im Markt:

> Der Preis bestimmt die angebotene Produktmenge und die Grenzkostenfunktion liefert die funktionale Beziehung zwischen beiden Größen. Wie wir an der notwendigen Bedingung für das Gewinnmaximum erkennen, führt der steigende Ast der Grenzkostenfunktion die Marktpreise und die Angebotsmengen unter dem Primat der Gewinnmaximierung zusammen. Liegt der Marktpreis oberhalb der Stückkosten, kann das Einproduktunternehmen einen Gewinn erzielen. Fällt der Preis unter die Stückkosten, dann tritt im Einproduktunternehmen ein Verlust ein. Die Angebotsmenge beträgt dann $q^* = 0$.

4.5 Deckungsbeitrag

Wir stellen uns ein **Mehrproduktunternehmen** mit einem bestimmten Produktsortiment und einem Fixkostenaufkommen vor. Fixkosten fallen unabhängig von den hergestellten Stückzahlen immer in der gleichen Höhe an und lassen sich deshalb auch nicht verursachungsgemäß den einzelnen Stücken zurechnen. Einige Fixkosten in Verbindung mit der Erstellung, Umrüstung und Erweiterung von Produktionsanlagen und der Neueinstellung von Personal sind aber direkt durch Produktentscheidungen verursacht worden. Hierzu zählen die **Einführung** neuer Produkte ins Sortiment, die **Variation** bestehender, sowie die **Elimination** alter Produkte aus dem Sortiment. In solchen Fällen kann man von **produktfixen Kosten** sprechen. Es ist eine teilweise Umlage der Fixkosten auf die Produkte möglich, nicht jedoch auf die einzelnen Stücke. Die Kosten, die sich nicht auf die Produkte verursachungsgemäß verteilen lassen, werden als **unternehmensfix** bezeichnet.

Bezugsobjekt	**Ergebnisbeiträge**	
marginales Stück eines Produktes	Preis ./. Grenzkosten	= Grenzdeckungsbeitrag
beliebiges Stück eines Produktes	Preis ./. variable Stückkosten	= Stückdeckungsbeitrag
alle Stücke eines Produktes	Stückdeckungsbeitrag × Menge ./. produktfixe Kosten	= Produktdeckungsbeitrag
alle Produkte	Produktdeckungsbeiträge ./. unternehmensfixe Kosten	= Unternehmensgewinn

Abb. 51: Beispiel einer mehrstufigen Deckungsbeitragsrechnung

Wir verweisen in diesem Zusammenhang auf die umfangreiche Kostenrechnungsliteratur zum Thema der mehrstufigen Deckungsbeitragsrechnung und gehen davon aus, daß **ausschließlich unternehmensfixe Kosten existieren**.

Jedes hergestellte Stück verursacht **variable Kosten**. Wir kennen den Unternehmensgewinn des Mehrproduktunternehmens, möchten aber für Kalkulations- und Kontrollzwekke gerne wissen, wie die einzelnen Stückzahlen diesen verursachen. Um im Mehrproduktunternehmen die **Stückgewinne** $\pi(q_i)$ des Produktes i auf Vollkostenbasis zu bestimmen, müßten von den erzielten Produktumsätzen $(p_i \cdot q_i)$ die variablen Kosten K_{iV} und irgendwie ermittelte Fixkostenanteile $\alpha_i \cdot K_f$ abgezogen werden und der verbleibende Rest durch die Anzahl der Stücke des Produktes i dividiert werden:

$$\pi(q_i) = \frac{p_i \cdot q_i - K_{iV} - \alpha \cdot K_f}{q_i} \qquad \alpha \in [0,1]$$

Je nach Umlageverfahren α der fixen Kosten verändern sich die Stückgewinne. Die Fixkostenzuordnung und damit die Ermittlung von Stückgewinnen auf Vollkostenbasis bleibt immer willkürlich und man sollte deshalb den Versuch im Mehrproduktunternehmen vollkommen unterlassen. Als Ausweg bietet sich der **Stückdeckungsbeitrag** $db(q_i)$ an. Die Differenz aus dem Marktpreis und den variablen Stückkosten liefert den durchschnittlichen Beitrag, den die einzelnen Stücke eines Produktes zur Deckung der fixen Kosten des Unternehmens leisten:

$$db(q_i) = p_i - k_{iV}(q_i)$$

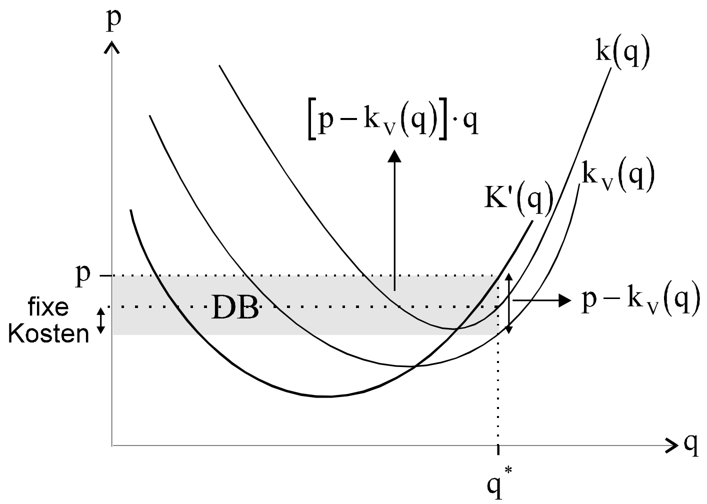


Abb. 52: Stück- und Produktdeckungsbeitrag

Es läßt sich dann sehr einfach auch der **Produktdeckungsbeitrag** definieren, indem wir den Stückdeckungsbeitrag mit der Menge des Produktes multiplizieren:

$$DB(q_i) = \left[p_i - k_{iV}(q_i)\right] \cdot q_i$$

Die Bedeutung des Deckungsbeitrags zeigen folgende Entscheidungstatbestände:

a) Bei Kapazitätsengpässen vergleicht man die verschiedenen Produktdeckungsbeiträge miteinander. Produkte mit großen Deckungsbeiträgen verbleiben im Sortiment, die anderen fallen heraus.

b) Ein Mehrproduktunternehmen mit ausreichender Abdeckung der fixen Kosten durch das gesamte Sortiment sollte bei **freien Kapazitäten** mit einem einzelnen Produkt im Markt bleiben, solange der Marktpreis über dem Minimum der **variablen Stückkosten** liegt (positiver Produktdeckungsbeitrag).

Von einem **Grenzdeckungsbeitrag** können wir sprechen, wenn wir vom erzielten Marktpreis die Grenzkosten des zuletzt hergestellten Stückes abziehen:

$$DB'(q_i) = p_i - K'(q_i)$$

Der Grenzdeckungsbeitrag beträgt beim polypolistischen Unternehmen im Gleichgewicht Null, da gemäß der notwendigen Bedingung für das Gewinnmaximum genau die Menge produziert wird, bei der die Grenzkosten dem Marktpreis entsprechen.

4.5.1 Beispielrechnung zur Bestimmung der Angebotsfunktion

Problem

Die Kostenfunktion eines Unternehmens im Polypol mit einem Fixkostenblock in Höhe von 98 Geldeinheiten (GE) lautet:

$$K(q) \qquad = q^3 - 12q^2 + 60q + 98 .$$

Wir maximieren die Gewinnfunktion des Unternehmens und bestimmen die **Angebotsfunktion**:

$$\underset{q}{\mathrm{Max}}\, \Pi(q) \qquad = p \cdot q - \left(q^3 - 12q^2 + 60q + 98\right)$$

mit $p, q, \Pi(q) > 0$

Hierbei ist bekannt, daß für $p < 39$ das Unternehmen mit $q^* = 0$ und $\Pi(q) = 0$ den Markt verläßt (Preisuntergrenze).

Lösungsansatz

Die notwendige und hinreichende Bedingung für das Gewinnmaximum lautet:

$$\Pi'\left(q^*\right) \qquad = p - 3q^{*2} + 24q^* - 60 \qquad = 0$$

$$\Pi''\left(q^*\right) \qquad < 0$$

Mit Hilfe der Formel zur Lösung einer quadratischen Gleichung läßt sich die 1. Ableitung der Gewinnfunktion für die Angebotsmenge q lösen. Allgemein gilt:

Wenn $ax^2 + 2bx + c = 0$ dann ist $x_{1/2} = \dfrac{-b \pm \sqrt{b^2 - ac}}{a}$.

Lösungsweg

Wir stellen daher die 1. Ableitung der Gewinnfunktion um:

$$-3q^{*2} + 24q^* + (p - 60) \qquad = 0$$

Die Lösung für $q_{1/2}$ ergibt folgende Funktion:

$$\begin{aligned} q^*_{1/2} &= \frac{-12 \pm \sqrt{144 - (-3) \cdot (p - 60)}}{-3} = 4 \pm \frac{\sqrt{144 - 3p - 180}}{-3} \\ &= 4 \pm \frac{1}{3} \cdot \sqrt{-36 + 3p} \end{aligned}$$

Ergebnis

Für $p: 0 < p < 12$ ist die Angebotsfunktion $q^*(p)$ nicht definiert (Wurzel aus einer negativen Zahl). Ökonomisch betrachtet nimmt die Angebotsmenge bei Preisen unter 12 den Wert Null an. Die Angebotsfunktion lautet:

$$q^*(p) = \begin{cases} 4 + \frac{1}{3} \cdot \sqrt{-36 + 3p}, & 12 \leq p \\ \text{nicht definiert}, & 0 < p < 12 \end{cases}$$

❑

4.5.2 Beispielrechnung zur Bestimmung der Preisuntergrenze

Wir setzen das Beispiel aus Abschnitt 4.5.1, unter Berücksichtigung fixer Kosten, fort.

Problem

Aus den Daten der vorherigen Aufgabe bestimmen wir die Preisuntergrenze p_{min}, den Produktgewinn und den Produktdeckungsbeitrag.

Lösungsansatz

Es gibt zwei Möglichkeiten, die Menge $q(p_{min})$, die zu der Preisuntergrenze p_{min} gehört, herauszufinden:

1.) $k(q^*) = K'(q^*)$ => $q(p_{min})$

2.) $k_{min}(q^*)$ => $q(p_{min})$

Wir gehen nach der ersten Möglichkeit vor.

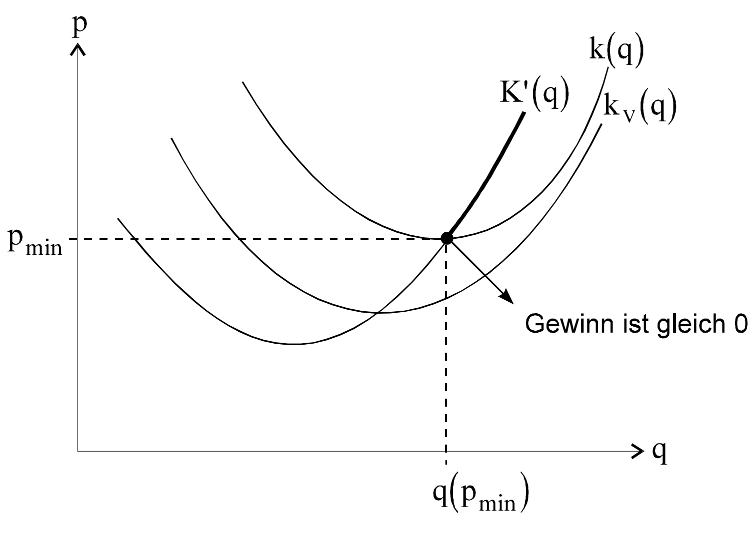


Abb. 53: Preisuntergrenze

Die Grenzkostenfunktion und die Stückkostenfunktion lauten:

$$K'(q) \quad = 3q^2 - 24q + 60$$

$$k(q) \quad = q^2 - 12q + 60 + \frac{98}{q}$$

Durch Gleichsetzen dieser Funktionen erhalten wir die Menge $q(p_{min})$.

Lösungsweg

$$q^{2*} - 12q^* + 60 + \frac{98}{q^*} \quad = 3q^{2*} - 24q^* + 60$$

$$-2q^{2*} + 12q^* + \frac{98}{q^*} = 0 \qquad \Big| \cdot q^*$$

$$-2q^{3*} + 12q^{2*} + 98 = 0$$

Wir können die Lösung über eine Wertetabelle herausfinden:

q	$-2q^3 + 12q^2 + 98$
6	16,33
7	0

Bei der Menge $q(p_{min}) = 7$ schneiden sich die Grenz- und die Durchschnittskostenkurven. Es entsteht an dieser Stelle ein Produktgewinn von Null. Durch Einsetzen der Menge $q(p_{min}) = 7$ in die Grenzkostenfunktion erhalten wir die Preisuntergrenze p_{min}:

$$K'(7) \quad = 3 \cdot 49 - 24 \cdot 7 + 60 = 39 \qquad => \; p_{min} = 39$$

Produktgewinn und Produktdeckungsbeitrag bei $q(p_{min}) = 7$ und $p_{min} = 39$ betragen Null bzw. 98:

$$\Pi(7) = 39 \cdot 7 - (343 - 12 \cdot 49 - 60 \cdot 7 + 98) = 0$$

$$DB(7) = 39 \cdot 7 - (343 - 12 \cdot 49 - 60 \cdot 7) = 98$$

Ergebnis

An der Preisuntergrenze $p_{min} = 39$ wird ein maximaler Gewinn von 0 und ein Deckungsbeitrag von 98 erwirtschaftet. Der Deckungsbeitrag reicht gerade aus, um die fixen Kosten zu tragen.

❑

4.5.3 Preisuntergrenze ohne Berücksichtigung fixer Kosten

Problem

In einem Mehrproduktunternehmen leisten verschiedene Produkte Beiträge zur Deckung der Fixkosten. Wir betrachten ein Produkt aus dem Sortiment des Mehrproduktunternehmens mit der variablen Gesamtkostenfunktion:

$$K_V(q) = q^3 - 12q^2 + 60q$$

Es sollen die Preisuntergrenze, die dazugehörige Absatzmenge und der dabei entstehende Deckungsbeitrag bestimmt werden.

Lösungsansatz

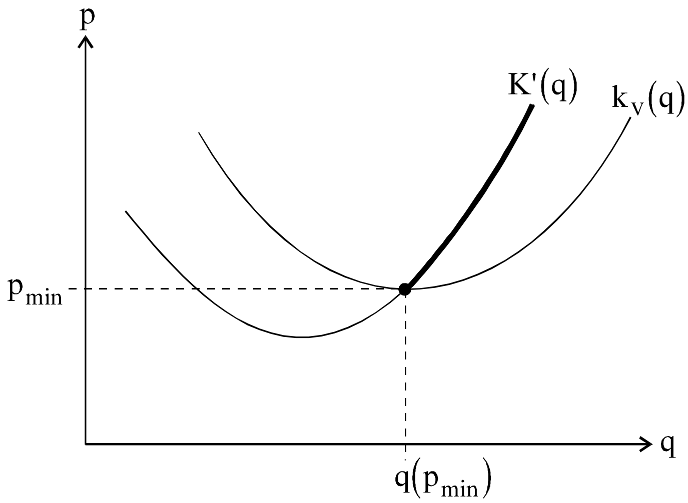


Abb. 54: Preisuntergrenze

Es gibt zwei Möglichkeiten die Menge $q(p_{min})$, die zu der Preisuntergrenze p_{min} gehört, herauszufinden:

1.) $k_V(q) = K'(q)$ => $q(p_{min})$

2.) $k_V^{min}(q)$ => $q(p_{min})$

Wir errechnen die Preisuntergrenze anhand der 1. Möglichkeit.

Lösungsweg

Die Grenzkostenfunktion und die variable Stückkostenfunktion lauten:

$$K'(q) = 3q^2 - 24q + 60$$

und

$$k_V(q) = q^2 - 12q + 60$$

Durch Gleichsetzung dieser Funktionen und Lösung der quadratischen Gleichung erhalten wir die Menge $q(p_{min})$.

$$\begin{aligned} q^{2*} - 12q^* + 60 &= 3q^{2*} - 24q^* + 60 \\ -2q^{2*} + 12q^* + 0 &= 0 \end{aligned}$$

Wenn $ax^2 + 2bx + c = 0$ dann ist $x_{1/2} = \dfrac{-b \pm \sqrt{b^2 - ac}}{a}$ (quadratische Gleichung).

$$\begin{aligned} q^*_{1/2} &= \frac{-6 \pm \sqrt{36 + 2 \cdot 0}}{-2} \\ q^*_{1/2} &= 3 \pm \frac{6}{-2} \\ q^*_1 &= 6 \qquad q^*_2 = 0 \end{aligned}$$

Nun haben wir die Menge $q(p_{min}) = 6$ errechnet. Um den Preis p_{min} ebenfalls zu bestimmen, setzen wir $q(p_{min})$ in die Grenzkostenfunktion ein ($K'(q^*) = p$!).

$$\begin{aligned} K'(6) &= 3 \cdot 36 - 24 \cdot 6 + 60 \\ &= 24 \\ &= p \end{aligned}$$

Die Preisuntergrenze beträgt $p_{min} = 24$. Wir errechnen den Deckungsbeitrag für $p_{min} = 24$ und $q(p_{min}) = 6$:

$$\begin{aligned} DB(6) &= 24 \cdot 6 - (216 - 12 \cdot 36 + 360) \\ &= 0 \end{aligned}$$

Ergebnis

Es wird ein Produktdeckungsbeitrag von Null an der Preisuntergrenze $p_{min} = 24$ bei einer Menge $q(p_{min}) = 6$ erwirtschaftet.

❑

4.6 Angebotsfunktion

Wie gezeigt wurde, entspricht der positive Ast der Grenzkostenkurve oberhalb des Minimums der Stückkosten (Einproduktunternehmen) bzw. variablen Stückkosten (Mehrproduktunternehmen) der Angebotskurve eines Unternehmens. Analog zur Bildung der Gesamtnachfrage aus den individuellen Nachfragekurven der Haushalte können wir jetzt die Angebotskurven eines Produktes über alle Unternehmen zu einer Gesamtangebotskurve **aggregieren**. Dies geschieht wieder durch **horizontale Addition** der Grenzkostenkurven. Abbildung 55 zeigt die horizontale Addition am Beispiel zweier Unternehmen A und B. Die aggregierte Kurve verläuft flacher als jede der beiden individuellen Angebotskurven.

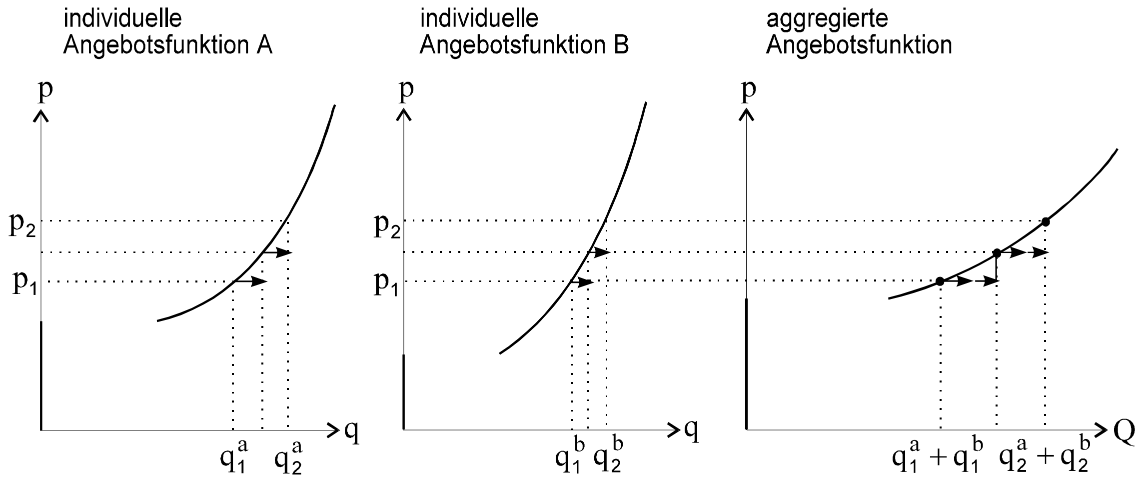


Abb. 55: Die Gesamtangebotsfunktion

Je mehr Anbieter auf diese Weise zusammengefaßt werden, desto flacher wird die Gesamtangebotskurve. Da im Polypol sehr viele kleine Anbieter zu aggregieren sind, verläuft die Gesamtangebotskurve als Gerade parallel zur Q-Achse (Abszisse) in Höhe des Stückkostenminimums der Unternehmen.

Führen wir die horizontale **Gesamtangebotsfunktion** mit der **Nachfragefunktion** zusammen, dann ergibt sich ein Schnittpunkt. Dieser zeigt den Preis an, bei dem das Angebot der Nachfrage entspricht, was wir als ein **Gleichgewicht** definieren wollen (vgl. Abschnitt 1.1, S. 1). Mit Marktgleichgewichten beschäftigen wir uns intensiver im 6. Kapitel, doch weisen wir an dieser Stelle auf drei Besonderheiten dieses Modells hin:

- Der Gleichgewichtspreis wird bei einer horizontalen Angebotskurve nur durch das Stückkostenniveau, nicht jedoch durch die Gesamtnachfrage bestimmt.
- Die Unternehmen erwirtschaften nur den Gewinn, der als „normaler" Kapitalzins bereits in die Stückkosten eingerechnet wurde.
- Die Stückkostenminima der Unternehmen gleichen einander, da die Unternehmen in der Branche identisch sind. Aufgrund der restriktiven Annahmen in unserem polypolistischen Modell (Information, Konkurrenz) wirtschaften alle Unternehmen unter gleichen Bedingungen.

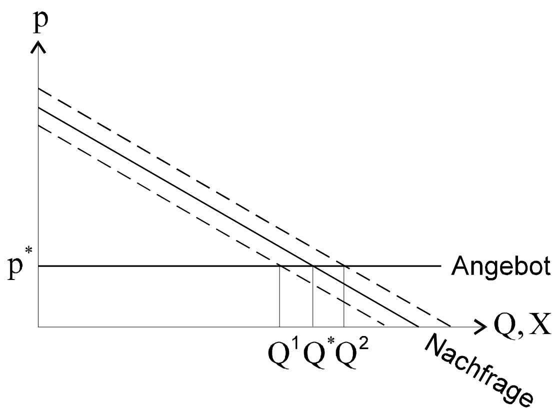


Abb. 56: Marktgleichgewicht

4.7 Stückkostendegression und Wettbewerbsstruktur

In Abschnitt 4.3 führten wir die lineare Gesamtkostenfunktion ein. Sie weist einen fallenden Stückkostenverlauf auf (Stückkostendegression). Die Grenzkosten entsprechen den konstanten variablen Stückkosten. Wie man in Abbildung 57 leicht erkennt, erhöht sich bei einem konstanten Marktpreis der Gewinn des Unternehmens mit zunehmender Ausbringungsmenge. Gewinnmaximierende Unternehmen versuchen deshalb, soviel wie möglich zu produzieren und im Markt abzusetzen, denn je mehr sie erzeugen, desto geringer werden die Stückkosten.

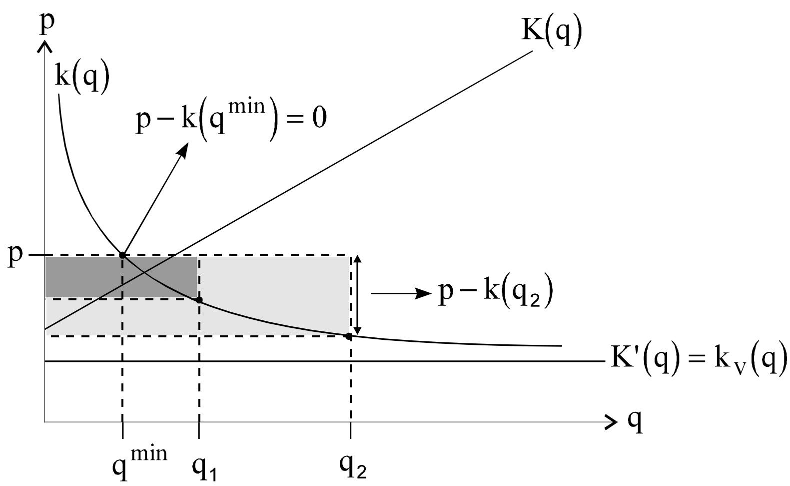


Abb. 57: linearer Gesamtkostenverlauf

Wir weichen einmal für einen Moment von unserer bislang verfolgten Gleichgewichtsbetrachtung ab und unterstellen eine Marktsituation, bei der unterschiedlich große Unternehmen einer Branche mit verschiedenen Stückkosten das gleiche Produkt erzeugen (Ungleichgewicht). In der Regeln beschränkt bei einem Neustart in einem Markt das verfügbare Eigen- und Fremdkapital die Unternehmensgröße. Abbildung 58, S. 83, stellt eine solche Branche dar. Die Kurve k^B kennzeichnet die Stückkostenverteilung in der Branche. Links befinden sich große Unternehmen mit geringen Stückkosten (effiziente Betriebe) und rechts die Produzenten mit hohen Kosten (marginale Betriebe). Die marginalen Betriebe befinden sich erst kurz im Markt. Bei ihrer Gründung lockte der Gewinn der effizienten Betriebe. Die Branche ist an ihren Rändern ständig in Bewegung, es kommt zu Marktzu- und -austritten. In Phasen der konjunkturellen Rezession reduziert sich die Nachfrage, der Preis sinkt und einige marginale Betriebe müssen den Markt verlassen.

Bei einem konjunkturellen Aufschwung steigt der Preis, neue kleine Unternehmen treten in den Markt ein und beginnen zu wachsen.

Die effizienten Betriebe sind von solchen Konjunkturbewegungen nicht bedroht. Da sie ohnehin die höchsten Gewinnraten erzielen, können sie auch am schnellsten wachsen und ihre Gewinne weiter erhöhen. Es besteht keine Chancengleichheit in einem solchen Markt und die Konzentration in der Branche nimmt bei gleichzeitiger Erhöhung der Kosteneffizienz zu. Am Ende des Wettbewerbsprozesses steht ein Oligopol oder sogar ein Monopol. Wir schließen aus dieser Darstellung, daß lineare Gesamtkostenfunktionen wettbewerbstheoretisch nicht mit einem Polypol vereinbar sind.

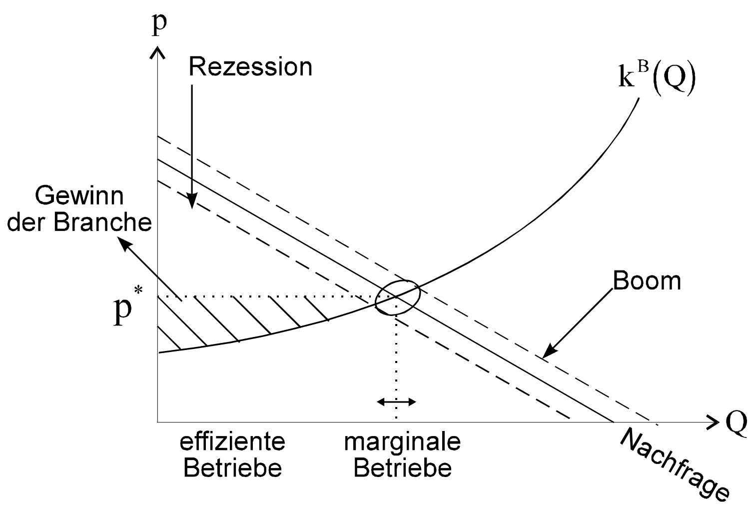


Abb. 58: Ungleichgewicht

4.8 Aufgaben zum 4. Kapitel

(1.) Multiple Choice

Kreuzen Sie an!

richtig	falsch

Wenn die unternehmensfixen Kosten steigen (c.p.), dann sinkt der Produktdekkungsbeitrag.

richtig	falsch

Grenzkosten einer linearen Gesamtkostenfunktion zeigen an, um welchen Betrag die Gesamtkosten steigen, wenn die Menge um eine kleine Einheit zunimmt.

richtig	falsch

Den Gewinn kann man berechnen, indem man vom Preis die Stückkosten abzieht und die Differenz mit der Absatzmenge multipliziert.

richtig	falsch

Bei einem U-förmigen Stückkostenkurvenverlauf eines Einproduktunternehmens ohne fixe Kostenanteile bildet das Minimum der Grenzkostenkurve die langfristige Preisuntergrenze.

richtig	falsch

Unternehmen in einem Polypol sind deshalb Preisnehmer, weil sie zu klein sind, um den Marktpreis mit ihren Absatzmengen zu beeinflussen.

(2.) Erläutern Sie an dem Beispiel eines Fahrradherstellers, daß der Gewinn durch eine Produktionsausweitung steigt, wenn der Grenzdeckungsbeitrag für Fahrräder strikt größer Null ist. Gehen Sie von der Zielfunktion eines Einproduktunternehmens im Polypol aus und begründen Sie den Zusammenhang algebraisch und geometrisch (S-förmige Gesamtkostenkurve).

(3.) Skizzieren Sie die Grenz- und Durchschnittskostenkurven der nachfolgenden Gesamtkostenkurven. Verwenden Sie hierbei Ursprungsstrahlen und Tangenten als Hilfskonstruktionen.

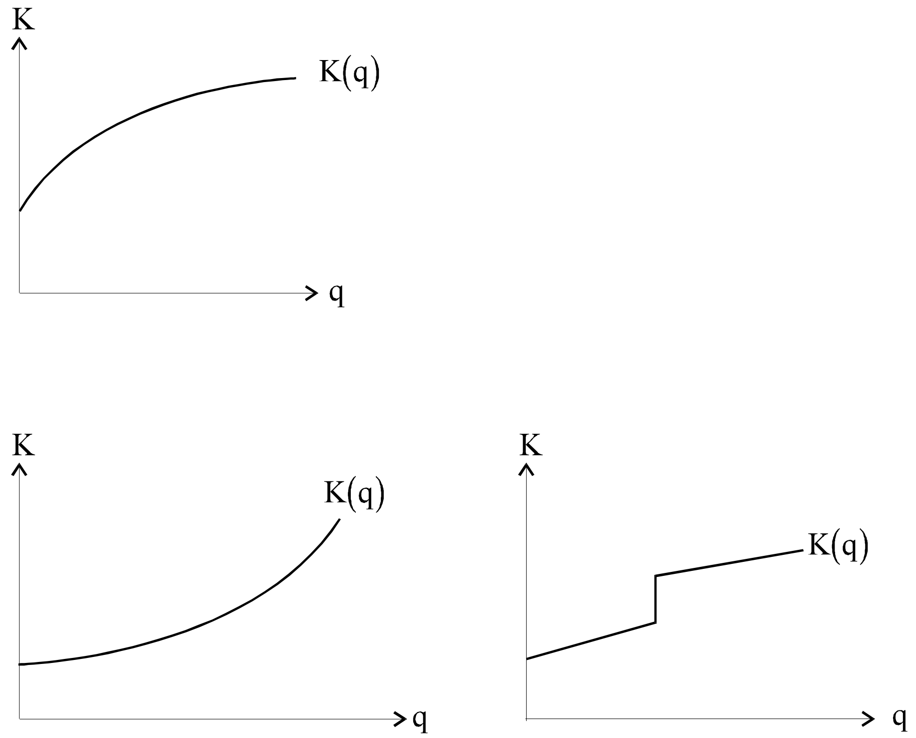


Abb. 59: Kostenkurven (Aufgabe)

Überprüfen Sie die folgenden Stichworte (Quelle: Gablers Wirtschaftslexikon)

•Angebotsfunktion •Gewinn •Gewinnfunktion •kapitalistische Unternehmensverfassung •Polypol •Mengenanpasser •Grenzkosten •Gesamtkosten •Stückkosten • variable Kosten •fixe Kosten •Stückdeckungsbeitrag •Preisuntergrenze

5 Produktionstheorie

Unternehmen verfolgen in erster Linie das Ziel, Gewinn zu erzielen. Der Gewinn setzt sich aus den Erlösen und den Kosten zusammen, die bei der Herstellung und dem Vertrieb von Gütern entstehen. Drei **Bestimmungsgrößen** sind für die Kosten maßgeblich: 1.) die verwendete **Technologie**, mit Hilfe derer man Faktoren zu Verkaufsprodukten transformiert, 2.) die **Entscheidungen**, in denen das Unternehmen Faktormengen und Faktorkombinationen, soweit diese nicht durch die Technologie vorgegeben sind, festlegt und 3.) die **Preise** der im Unternehmen eingesetzten Faktoren (Dienstleistungen, Vorprodukte, Maschinen, Informationen etc.).

1.) **Technologien** (Produktionsfunktion)
Diese umschreiben das sozio-technische System der Produktion.

2.) **Entscheidungen**
Die Kostenfunktion basiert darauf, daß die Faktorkombinationen in der Produktionsfunktion optimiert wurden.

3.) **Preise**
Märkte umgeben das Unternehmen auf der Beschaffungs- und auf der Absatzseite. Faktorpreise sind Marktpreise und richten sich nach Angebot und Nachfrage.

In diesem Kapitel beschäftigen wir uns mit den Bestimmungsgrößen 1.) und 2.). Wir verfolgen das Ziel, die Faktornachfrage zu erklären und den Zusammenhang zur Kostenfunktion zu begründen. Erst in Kapitel 6 werden wir dann das Gleichgewicht und die dynamische Bildung von Marktpreisen behandeln.

5.1 Produktionsfunktion

Produktionsfunktionen beschreiben den **quantitativen Zusammenhang** zwischen Faktormengen (Inputs) und Ausbringungsmengen (Outputs). Die technischen Vorgänge der stofflichen Umwandlung sind nicht Gegenstand der ökonomischen Analyse (Blackbox).

Inputs ⟶ Blackbox ⟶ **Outputs**

Bezeichnen wir mit q die Outputfaktormenge und mit r_1, r_2, r_3 etc. die Einsatzmengen verschiedener Inputfaktoren, dann lautet die Produktionsfunktion in allgemeiner Schreibweise:

$$q = q(r_1, r_2, \ldots, r_n)$$

Die **Cobb-Douglas-Funktion** kann als typisches **Beispiel** einer Produktionsfunktion stehen:

$$q(r_1, r_2) = a \cdot r_1^{\alpha} \cdot r_2^{(1-\alpha)} \qquad 0 \leq \alpha \leq 1$$

a und α sind hierbei konstant. α gibt die Faktorelastizität der Ausbringung von r_1 an bzw. $(1-\alpha)$ die Faktorelastizität von r_2:

$$\frac{dq(r_1, r_2)}{dr_1} \cdot \frac{r_1}{q(r_1, r_2)}$$

Das folgende Beispiel zeigt eine **lineare Produktionsfunktion**:

$$q(r_1, r_2) \quad = a \cdot r_1 + b \cdot r_2 \qquad \text{a, b konstant}$$

Ein Beispiel einer **nicht-linearen Produktionsfunktion** lautet:

$$q(r_1, r_2) \quad = a \cdot r_1 \cdot r_2 \qquad \text{a konstant}$$

Durch **Logarithmierung** läßt sich diese Funktion linearisieren:

$$\ln q(r_1, r_2) \quad = a \cdot \ln r_1 + a \cdot \ln r_2$$

Man teilt Produktionsfunktionen in **zwei Gruppen** ein:

- substitutionale Produktionsfunktionen
- (linear-) limitationale Produktionsfunktionen

Bei den **substitutionalen** Produktionsfunktionen können die Faktoren im relevanten Bereich gegeneinander substituiert werden. Es kommt hier vor allem auf die **Fristigkeit** der Betrachtung an. Langfristig gesehen sind viele Faktoren austauschbar, kurzfristig jedoch nur selten. Insbesondere das Verhältnis zwischen Kapital (Automatisierung) und Arbeit (Dienstleistung) kann langfristig ohne negativen Einfluß auf die Ausbringungsmenge verändert werden (Rationalisierung).

In einer **limitationalen** Produktionsfunktion bestehen **feste dominante** Einsatzverhältnisse, z.B. pro Auto 5 Reifen, die unabhängig von den Marktpreisen gelten. Es wirkt sich nicht auf die Produktionsmenge aus, wenn pro Auto 6 oder 7 Reifen an das Band geliefert werden. Mit diesem Typus der Produktionsfunktion wollen wir uns nachfolgend kurz beschäftigen, um dann zu den nicht-linearen Fällen zu wechseln. Der interessierte Leser kann in der Literatur zum **Operations Research** weitere umfangreiche Darstellungen linearer Produktionsfunktionen finden.

5.2 Linear-limitationale Produktionsfunktion

Isoquanten sind Höhenlinien mehrdimensionaler Produktionsfunktionen. (Wir kennen das Konzept der Höhenlinie bereits von der Indifferenzkurve.) Die Isoquante der Ausbringungsmenge q beschreibt die Menge alle Faktorkombinationen (r_1, r_2), mit der sich die Menge q erzeugen läßt. In den Abbildungen 60 und 61 erkennt man den Zusammenhang zwischen der Höhenlinie einer 3-dimensionalen Produktionsfunktion und der Isoquante in der 2-dimensionalen Darstellung.

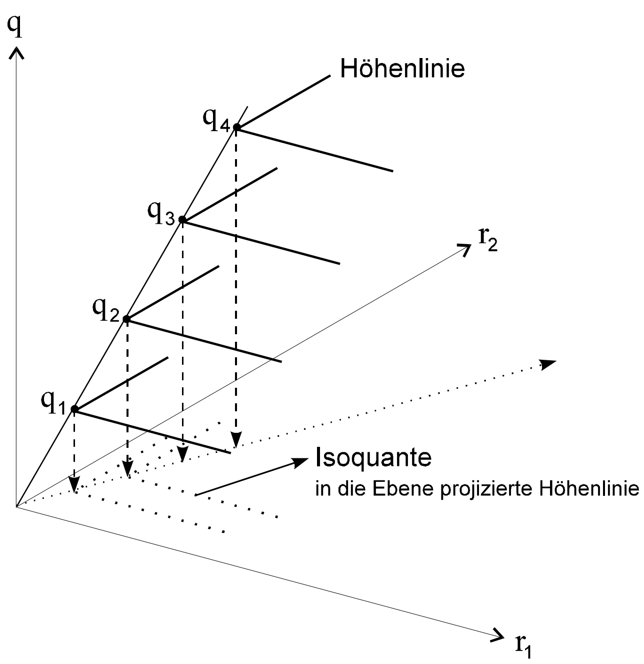


Abb. 60: Linear-limitationale Produktionsfunktion (3D Darstellung)

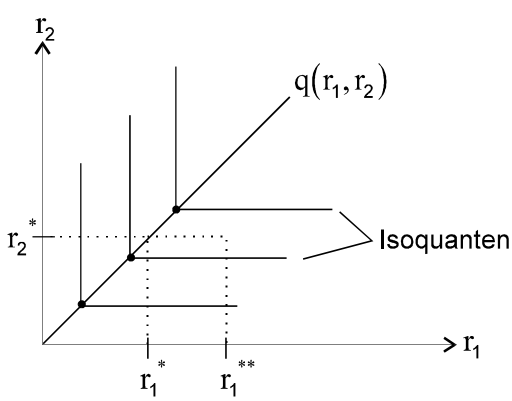


Abb. 61: Linear-limitationale Produktionsfunktion (2D Darstellung)

Die Isoquanten der linear-limitationalen Produktionsfunktion verfügen über **Knickpunkte**. Die Faktorkombinationen, die durch diese Knickpunkte definiert werden, sind **dominant**. Alle anderen Kombinationen stellen eine Ressourcenverschwendung in der Produktion dar, da man größere Faktormengen einsetzt als zur Erzeugung einer bestimmten Ausbringungsmenge notwendig sind. Produzieren wir **beispielsweise** die Menge q^* mit den Faktormengen r_1^* und r_2^* und erhöhen dann die Einsatzmenge des Faktors 1 auf r_1^{**} (bei gleicher Menge r_2^*), dann verändert sich der Output nicht. Die Menge der dominanten Faktorkombinationen läßt sich bei der linear-limitationalen Produktionsfunktion aufgrund der technischen Bedingungen ohne Hinzuziehung von Faktorpreisen ermitteln.

Das technische Verfahren wird durch den **linearen Pfad dominanter Faktorkombinationen** beschrieben. Abbildung 62 zeigt unterschiedliche technische Verfahren zur Erzeugung einer Ausbringungsmenge q. Ein **Verfahrenswechsel** von A nach B oder C führt jeweils zu einem Sprung in der Faktorkombination. Stetige Übergänge sind hier nicht möglich. Die Auswahl der gewinnmaximalen Technologie erfolgt mit Hilfe der **linearen Algebra**. Dies wollen wir hier nicht weiterverfolgen, da es uns in ein anderes mathematisches Gebiet führt, und statt dessen wieder auf das **Operations Research** verweisen. Wenn jedoch die Verfahren dicht genug beieinander liegen, können wir eine substitutionale Produktionsfunktion als Approximation für die Menge linear-limitationaler Verfahren verwenden und zur Optimierung, wie bisher, die **Differentialrechnung** einsetzen (vgl. Abb. 63, S. 91).

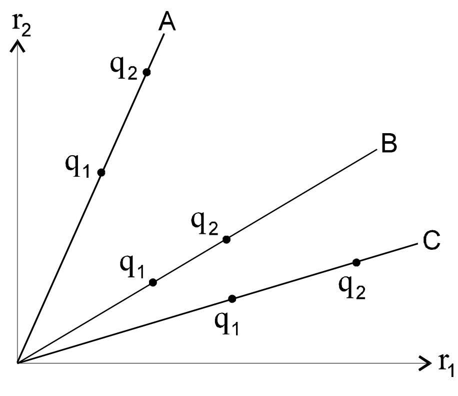


Abb. 62: Lineare Produktionsfunktionen

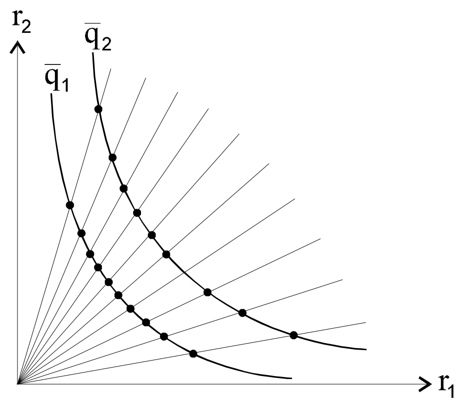


Abb. 63: Approximation durch substitutionale Produktionsfunktion

5.3 Substitutionale Produktionsfunktion

Substitutionale Technologien gestatten es uns, bei gleicher Ausbringungsmenge den einen Faktor durch den anderen stetig zu ersetzen. Dieses gilt in der Praxis häufig nur **langfristig** und auch nur in einem **bestimmten Bereich** der Produktionsfunktion. Aber auch als Approximation an eine dichte Menge linear-limitationaler Technologien kann die substitutionale Funktion nützlich sein (vgl. Abb. 63).

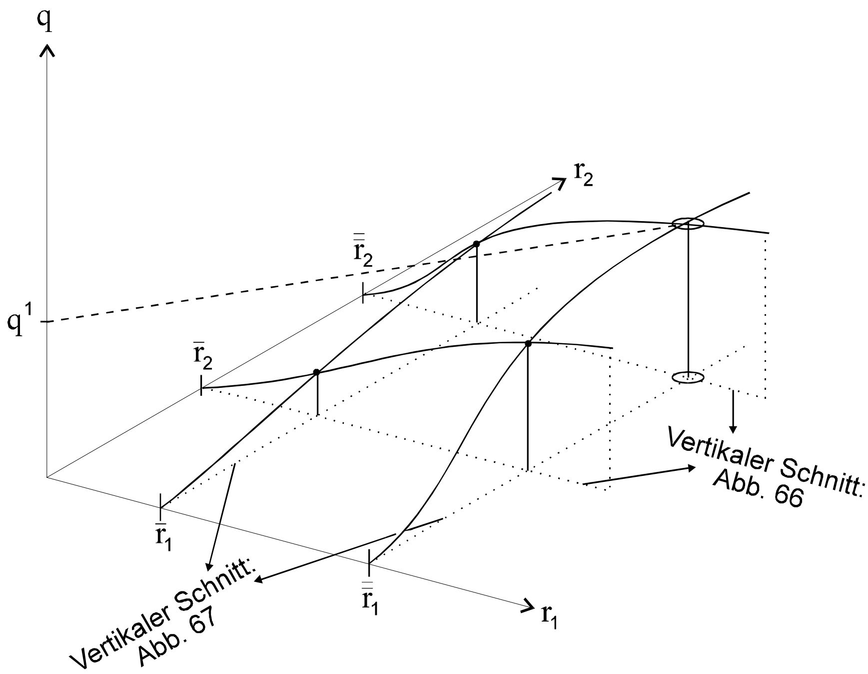


Abb. 64: Substitutionale Produktionsfunktion

Abbildung 64, S. 91, zeigt eine 3-dimensionale Funktion, die folgendermaßen zu lesen ist:

Mit den Faktormengen $\left(\bar{\bar{r}}_1, \bar{\bar{r}}_2\right)$ kann man die Ausbringungsmenge q^1 erzeugen.

Die dreidimensionale Darstellung kann mit Hilfe horizontaler und vertikaler Schnitte in zweidimensionale Darstellungen überführt und dann jeweils unterschiedlich genutzt werden.

horizontale Schnitte (Höhenlinien):

Die horizontalen Schnitte werden parallel zur Grundfläche durchgeführt und durchdringen die Produktionsfunktion an Schnittlinien (Höhenlinien). Die senkrechten Projektionen dieser Schnittlinien in die Grundebene nennt man **Isoquanten** (Kurven gleicher Ausbringung), die den Zusammenhang zwischen r_1 und r_2 für einen bestimmten Output (hier q^1 und q^2) beschreiben.

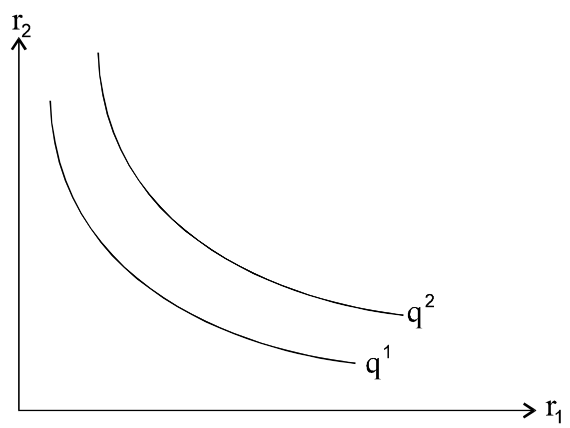
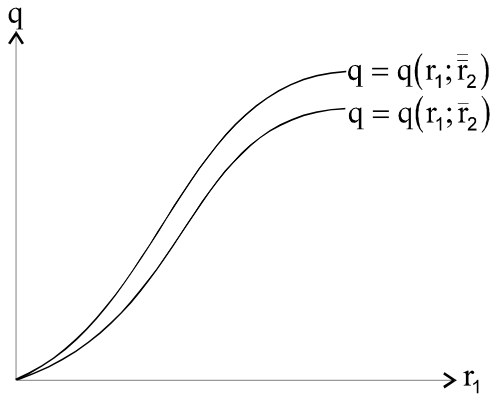


Abb. 65: Isoquanten

vertikale Schnitte:

Ein vertikaler Schnitt, bei $\bar{r}_2$ parallel zur r_1-Achse, beschreibt den Zusammenhang zwischen r_1 und q bei konstanter Faktoreinsatzmenge r_2 (vgl. Abb. 64, S. 91).

Hierbei halten wir einen Inputfaktor konstant (ceteris paribus), variieren den anderen und beobachten, wie sich der Output verändert (partielle Differentiation).



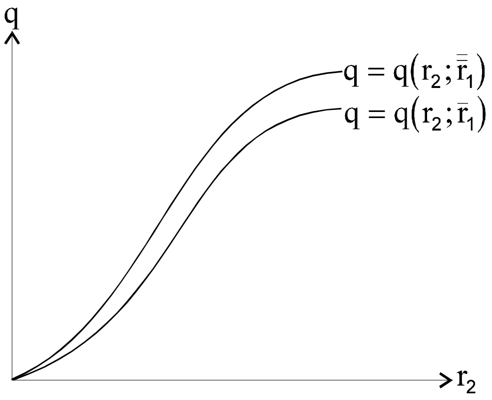


Abb. 66: Partielle Produktionsfunktionen *Abb. 67: Partielle Produktionsfunktionen*

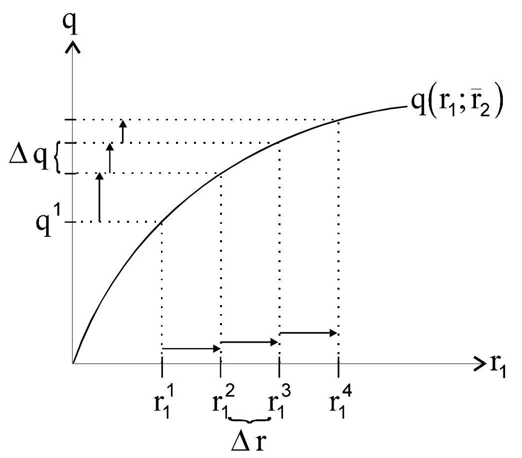
Im folgenden gehen wir von substitutionalen Produktionsfunktionen aus.

5.4 Grenzproduktivität

Die Grenzproduktivität wird durch die vertikalen Schnitte dargestellt. Wir stellen eine sehr wichtige Frage an die Technologie: Um welchen Betrag wächst die Menge q, wenn eine **zusätzliche** Einheit r_1 eingesetzt wird? Die Veränderung der Ausbringungsmenge pro infinitesimal kleiner Veränderung einer einzigen Faktormenge bezeichnen wir als **Grenzproduktivität**. Man erhält sie aus der partiellen Ableitung der Produktionsfunktion: $\frac{\delta q(r_1, r_2)}{\delta r_1}$. Produktivitäten allgemein beschreiben **Mengenrelationen** von Ausbringungs- und Einsatzgütern. Die **Arbeitsproduktivität** z.B. ist der Quotient aus der Produktmenge (Zähler) und der Dienstleistungsmenge(Nenner), die zur Erzeugung benötigt wird. Die Grenzproduktivität der Arbeit zeigt die zusätzliche Produktmenge einer einzigen zusätzlichen Dienstleistungseinheit an.

Häufig stellt man fest, daß sich die positive **Rate** $\frac{\delta q(r_1, r_2)}{\delta r_1}$ mit wachsendem Faktoreinsatz r_1 verringert. Die partielle Produktionsfunktion gehorcht dann dem **„Gesetz der abnehmenden Grenzproduktivitäten“** (vgl. Abb. 68 und 69, S. 94). Nimmt der Faktoreinsatz übermäßig zu, kann es auch zu negativen Grenzproduktivitäten kommen. Der Output sinkt dann bei weiterem Faktoreinsatz.

Wenn **beispielsweise** in einer Maschinenhalle nur wenig Arbeitskraft zu Verfügung steht, so daß Maschinen still stehen, dann kann bereits eine geringe zusätzliche Arbeitsmenge einen großen Produktionsunterschied ausmachen. Wenn allerdings zu viele Menschen in der Halle umherlaufen, dann stört dieses die Arbeitsprozesse mit negativem Einfluß auf die Produktion.



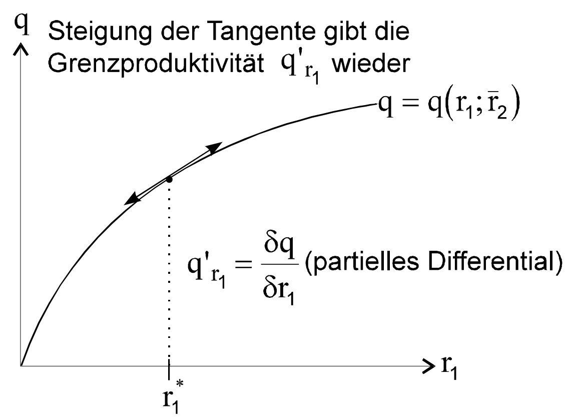


Abb. 68: Gesetz vom abnehmenden Grenzertrag Δq eines Faktors im relevanten Bereich (diskret)

Abb. 69: Grenzproduktivität (infinitesimal)

5.5 Veränderung mehrerer Faktoren gleichzeitig

Um den Einfluß der gleichzeitigen Änderung mehrerer Faktoreinsatzmengen auf die Ausbringungsmenge zu untersuchen, benötigen wir das totale Differential von $q(r_1, r_2)$. Es beschreibt die Veränderung der abhängigen Größe q bei Variation **beider** Faktoren r_1 und r_2: dr_1 und dr_2.

Das totale Differential der Produktionsfunktion setzt sich aus den beiden folgenden Komponenten zusammen:

1. Komponente des totalen Differentials: Zunächst verändern wir die Größe r_1, die Größe r_2 bleibt hierbei konstant, und bilden $q'_{r_1}(r_1;r_2)\cdot dr_1$. Die Steigung der Tangente $q'_{r_1}(r_1;r_2)$, multipliziert mit der kleinen Änderung dr_1 ergibt einen Schätzwert für die Änderung der Produktionsmenge dq, bei einer Änderung der Faktormenge dr_1. Durch das Anlegen der Tangente linearisieren wir den Krümmungsverlauf, es kommt nur zu einer Annäherung (Approximation) an die wahre Veränderung dq (vgl. Abb. 70).

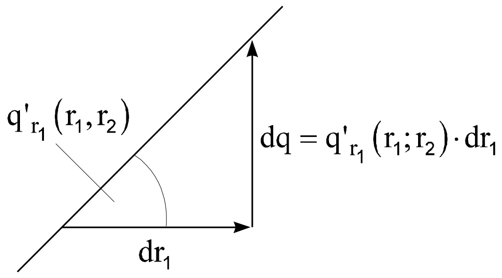


Abb. 70: Steigungsdreieck

2. Komponente des totalen Differentials: Dann verändern wir die Größe r_2, die Größe r_1 bleibt nun konstant, und bilden $q'_{r_2}(r_2; r_1) \cdot dr_2$. Die Interpretation ist analog (vgl. Abb. 70).

Die beiden Komponenten werden nun addiert:

dq ist gleich der Steigung q'_{r_1}, multipliziert mit der Variation des 1. Faktors: dr_1, plus der Steigung q'_{r_2} multipliziert mit der Variation des 2. Faktors: dr_2. Die Formel des totalen Differentials der Produktionsfunktion lautet (vgl. Abb. 71, S. 96):

$$dq(r_1, r_2) = \quad q'_{r_1}(r_1; r_2) \cdot dr_1 + q'_{r_2}(r_2; r_1) \cdot dr_2$$

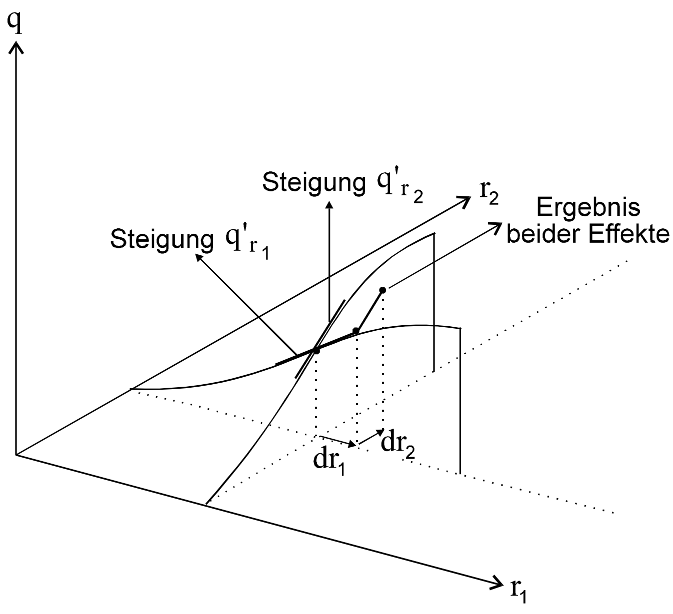


Abb. 71: Totales Differential

Wir können mit Hilfe des totalen Differentials nun auch die **Isoquante definieren**. Bei einer Wanderung entlang einer Isoquante bleibt $dq(r_1, r_2)$ = 0:

$$dq(r_1, r_2) = \quad q'_{r_1}(r_1; r_2) \cdot dr_1 + q'_{r_2}(r_2; r_1) \cdot dr_2 \quad = 0$$

Die Isoquante gibt die Antwort auf folgende Frage:

> Wie kann ich die Faktoren in der Produktion variieren, ohne daß sich die Menge q ändert?
>
> Wenn in substitutionalen Produktionsfunktionen die Faktormenge r_1 sinkt, dann kann durch eine Steigerung der Faktormenge r_2 der Produktionsrückgang aufgefangen werden. Es wird hierbei der Faktor 1 durch den Faktor 2 schrittweise substituiert. Bei infinitesimal kleinen Änderungen entspricht das Verhältnis der Faktormengenvariationen der Steigung der Isoquante. Wir nennen deshalb die Steigung der Isoquanten auch **Grenzrate der technischen Substitution** $\left.\frac{dr_2}{dr_1}\right|_{\bar{q}}$.

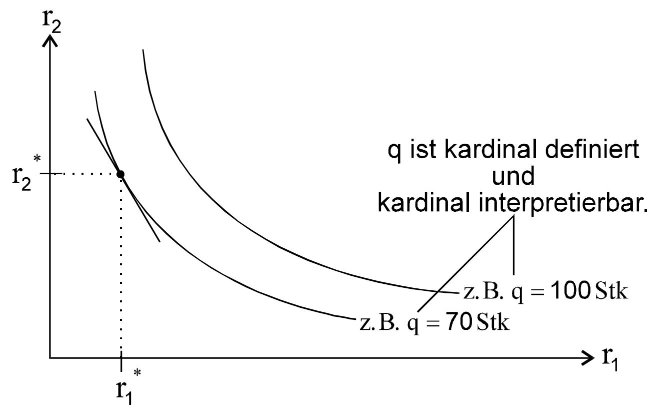


Abb. 72: Isoquanten

An dieser Stelle ist eine **Warnung** angebracht: Obwohl die Isoquante große Ähnlichkeiten mit der **Indifferenzkurve** besitzt, bedeutet sie ökonomisch etwas vollkommen unterschiedliches. Während die Isoquante die **kardinal** gemessenen Output- und Inputmengen darstellt (vgl. Abb. 72), darf die Indifferenzkurve nur im Sinne **ordinaler** Präferenzen interpretiert werden.

Durch Umstellung des totalen Differentials erkennt man, daß die Grenzrate der technischen Substitution dem negativen, umgekehrten Verhältnis der Grenzproduktivitäten gleicht:

$$q'_{r_1}(r_1, r_2) \cdot dr_1 = -q'_{r_2}(r_1, r_2) \cdot dr_2$$

$$\left.\frac{dr_2}{dr_1}\right|_{\bar{q}} = -\frac{q'_{r_1}(r_1, r_2)}{q'_{r_2}(r_1, r_2)}$$

Es besteht ein enger Zusammenhang zwischen der **Konvexität** der Isoquanten und der abnehmenden Grenzproduktivität jedes Faktors.

5.6 Konvexität der Isoquanten und abnehmende Grenzproduktivität

Wir verfolgen das Ziel, wohlgeformte Faktornachfragefunktionen herzuleiten. Diese setzen **konvexe Isoquanten** und das **Gesetz der abnehmenden Grenzproduktivität jedes Faktors** voraus. Wir beschäftigen uns deshalb in diesem Abschnitt mit diesen beiden wichtigen Eigenschaften der Produktionsfunktion.

Die Abbildung 73 zeigt eine konvexe Isoquante und die Abbildungen 74 und 75 stellen partielle Produktionsfunktionen mit abnehmenden Grenzproduktivitäten dar (vertikale Schnitte in r_1 und r_2 Richtung; vgl. auch Abb. 66 und Abb. 67, S. 93).

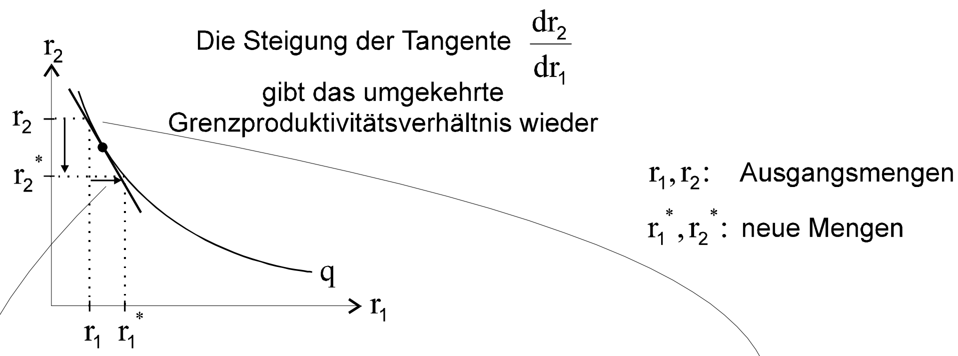


Abb. 73: konvexe Isoquante

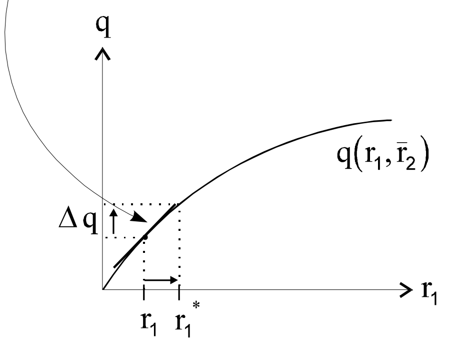


Abb. 74: hohe Grenzpoduktivität q'_{r_1}

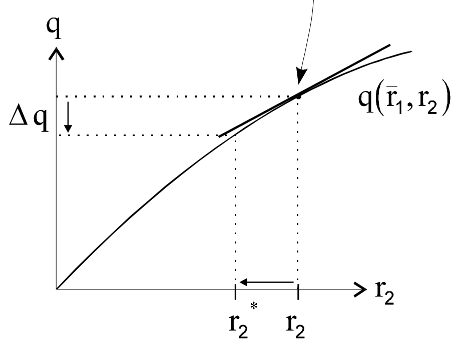


Abb. 75: niedrige Grenzpoduktivität q'_{r_2}

Wir erläutern jetzt, daß **abnehmende Grenzproduktivitäten** jedes Faktors **zu konvexen Isoquanten** führen.

Wir erhöhen hierzu in Abbildung 73 die Faktoreinsatzmenge r_1. Wenn sonst alles gleichbliebe, würde sich hierdurch die Produktionsmenge q erhöhen (substitutionale Technologie) und wir verließen die Isoquante. Um aber die Ausbringungsmenge konstant zu halten, reduzieren wir die Faktoreinsatzmenge r_2, so daß wir uns weiterhin auf der Isoquanten bewegen. Um welchen Betrag müssen wir r_2 relativ zu r_1 reduzieren? Hierzu benötigen wir Auskunft über die Grenzproduktivitäten der beiden Faktoren. Da r_1 eine hohe Grenzproduktivität besitzt (vgl. Abb. 74) und r_2 eine niedrige (vgl. Abb. 75), hat die Variation von r_1 einen hohen und die Variation von r_2 einen vergleichsweise geringen Einfluß auf die Ausbringungsmenge q. Wir müssen deshalb r_2 deutlich stärker verringern, als wir r_1 erhöhen, um die Wirkungen auszugleichen.

Wir folgern: Wenn das Gesetz vom abnehmenden Grenzertrag für jeden Faktor zutrifft, sind die Isoquanten konvex.

Beispiel: Kapital und Arbeit

Die technologischen Beziehungen zwischen den aggregierten Größen Kapital und Arbeit besitzen für die Makroökonomie, insbesondere für die Arbeitsmarkt- und Beschäftigungstheorie, aber auch für die Wirtschaftspolitik eine große Bedeutung. Wir zeigen deshalb in dem Beispiel die Beziehung zwischen der Konvexität der Isoquanten und den Grenzproduktivitäten von Arbeit und Kapital.
Es gelte das Gesetz der abnehmenden Grenzproduktivität jedes Faktors.

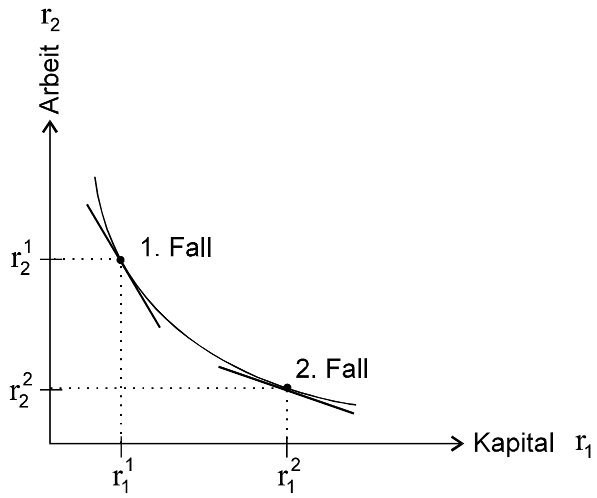


Abb. 76: Konvexe Isoquante

1. Fall:

Wir setzen eine große Arbeitsmenge r_1 ein, aber nur wenig Kapital r_2. Deshalb verfügt Arbeit über eine relativ geringe Grenzproduktivität und beim Kapital ist sie relativ hoch.

2. Fall:

Nun verwenden wir wenig Arbeit, dafür aber eine große Kapitalmenge. Relativ zum 1. Fall liegt nun die Grenzproduktivität der Arbeit hoch, während die des Kapitals niedrig ist.

Im 1. Fall besitzt die Isoquante ein starkes Gefälle und die Grenzrate der Substitution $\left.\frac{dr_2}{dr_1}\right|_{\bar{q}} = -\frac{q'_{r_1}}{q'_{r_2}}$ ist sehr klein (negativ!). Im 2. Fall hat sich das Gefälle reduziert und die Grenzrate der Substitution liegt höher. Die Isoquante ist offensichtlich konvex.

Diese produktionstheoretischen Zusammenhänge bilden die Grundlage für die nachfolgende Untersuchung des betrieblichen Entscheidungsverhaltens.

5.7 Faktornachfrage eines Unternehmens

Um das Entscheidungsverhalten des nachfragenden Betriebes zu analysieren, benötigen wir zunächst eine **Zielfunktion** des Unternehmens. Hierzu nehmen wir wie bisher die **Gewinnfunktion**, bestehend aus den Komponenten Erlös und Kosten. Es müssen Maxima der Gewinnfunktion existieren, damit wir aus dem gewinnmaximierenden Verhalten der Unternehmen Faktornachfragefunktionen herleiten können. Um die Existenz von Gewinnmaxima zu sichern, treffen wir die folgende **Annahme**:

> Für jeden Produktionsfaktor gilt das Gesetz der abnehmenden Grenzproduktivität im relevanten Bereich.

Im **Polypol** herrscht eine atomistische Konkurrenz. Das einzelne Unternehmen besitzt zuwenig Markteinfluß, als daß sich der Marktpreis durch die Veränderung der auf den Markt gebrachten Produktmenge variieren ließe. Deshalb stellt der Marktpreis einen Parameter für die Entscheidungen des Unternehmens dar.

Zur Veranschaulichung der Kosten können wir an dieser Stelle nicht auf eine Kostenfunktion zurückgreifen. Kostenfunktionen leiten sich erst aus der Optimierung der Faktornachfrage und insbesondere der Faktorkombination ab. Sie sind also der jetzigen Analyse **logisch nachgelagert** und können nicht vorausgesetzt werden. Wir verwenden deshalb eine grundsätzlichere Darstellung der Kosten: das **Kostenbudget** $\mathbf{K}$.

Die Zielfunktion lautet:

$$\underset{r_1, r_2}{\mathrm{Max}}\, \Pi(r_1, r_2) \quad = p \cdot q(r_1, r_2) - \mathbf{K}$$

Das Kostenbudget $\bar{K}$ stellen wir durch die Kostengerade dar:

$$\bar{K} \qquad = w_1 \cdot r_1 + w_2 \cdot r_2$$

w_1 und w_2 bezeichnen die festen Marktpreise der Faktoren.

Wir setzen $\bar{K}$ in die Zielfunktion ein:

$$\underset{r_1, r_2}{\mathrm{Max}}\ \Pi(r_1, r_2) \quad = p \cdot q(r_1, r_2) - w_1 \cdot r_1 - w_2 \cdot r_2$$

und leiten sie partiell nach r_1 und r_2 ab. Notwendige Bedingungen für das Gewinnmaximum sind

$$\text{I.)} \qquad \Pi'_{r_1} \quad = p \cdot q'_{r_1}\left(r_1^*; r_2\right) - w_1 \quad = 0$$

und

$$\text{II.)} \qquad \Pi'_{r_2} \quad = p \cdot q'_{r_2}\left(r_2^*; r_1\right) - w_2 \quad = 0$$

$p \cdot q'_{r_1}(r_1; r_2)$ und $p \cdot q'_{r_2}(r_2; r_1)$ sind die mit dem Marktpreis p bewerteten Grenzproduktivitäten. Man nennt sie infolgedessen **Wertgrenzproduktivitäten**. Sie geben Aufschluß über den zusätzlichen Umsatz bei Verwendung einer zusätzlichen Faktormengeneinheit.

Zum Verständnis der Optimalitätsbedingungen I.) und II.) dient das nachfolgende Beispiel:

Beispiel einer Möbelfabrik:

Eine Möbelfabrik stellt Tische her. Jeder Tisch verkauft sich zu einem Marktpreis von DM 250,-. Pro Tisch werden eine bestimmte Menge Holz und Arbeitszeit benötigt, die in einem festen Verhältnis zueinander stehen (komplementäre Beziehung) und deshalb zu einer Faktoreinheit [Arbeit + Holz] zusammenzufassen sind. Zur Zeit arbeiten die Arbeiter 7,5 Stunden pro Tag. Die Wertgrenzproduktivität der Faktoreinheit [Arbeit + Holz] in der letzten Arbeitsstunde beträgt DM 300,-. Den Betrieb kostet die Faktoreinheit einen Betrag von DM 230,-. Damit wird in der letzten Stunde ein Deckungsbeitrag in Höhe von DM 70,- erzielt. Man überlegt nun, ob den Arbeitern die Möglichkeit von Überstunden zu einem erhöhten Lohn angeboten sollte. Solange die Wertgrenzproduktivität der Faktoreinheit [Arbeit + Holz] größer als der Preis w dieser Faktoreinheit ist, sollte der Faktoreinsatz erhöht werden, da sich zusätzliche positive Deckungsbeiträge erzielen lassen. Natürlich sinkt mit den Überstunden die Grenzproduktivität durch Ermüdung, so daß schließlich ein Punkt kommt, bei dem das Wertgrenzprodukt niedriger liegt als der Preis der Faktoreinheit. Hier sollten dann aus Gewinngesichtspunkten die Überstunden reduziert werden.

Aus dem Beispiel lernen wir, daß eine Wertgrenzproduktivität, welche über dem Faktorpreis liegt, eine Erhöhung des Faktoreinsatzes nahelegt, da zusätzliche positive Deckungsbeiträge möglich sind. Entsprechend des Gesetzes von der abnehmenden Grenzproduktivität sinkt dann die Wertgrenzproduktivität und erreicht schließlich den Faktorpreis. Der **Grenzdeckungsbeitrag** wird zu Null. Dann hat man die optimale Faktoreinsatzmenge erreicht. Umgekehrt sollte eine Wertgrenzproduktivität unter dem Faktorpreis zu einer Reduzierung der Faktoreinsatzmenge führen.

Die notwendigen Bedingungen lassen sich auch in die Form bringen:

$$\text{I.)} \qquad q'_{r_1} = \frac{w_1}{p} \qquad \rightarrow \qquad r_1^*$$

$$\text{II.)} \qquad q'_{r_2} = \frac{w_2}{p} \qquad \rightarrow \qquad r_2^*$$

Bei gegebenem Produktpreis und Faktorpreis liegt die optimale Faktoreinsatzmenge r_1^* dort, wo die Steigung der partiellen Produktionsfunktion (Grenzproduktivität; vgl. Abb. 77, S. 104) dem Verhältnis von Faktorpreis zu Outputpreis gleicht. Analoges gilt für die Menge r_2^*. Wir erkennen hieran wieder sehr deutlich den Einfluß von **Marktpreisen** auf das betriebswirtschaftliche Verhalten.

Rechenbeispiel: Optimale Faktormenge r_1^*

Problem

Es sei:

$$p = 4,\; w_1 = 2 \text{ und } r_2 = 10.$$

Die Produktionsfunktion lautet (Cobb-Douglas):

$$q(r_1, r_2) = 2 \cdot r_1^{\frac{1}{3}} \cdot r_2^{\frac{2}{3}}.$$

Es soll die optimale Faktoreinsatzmenge r_1^* bestimmt werden.

Lösungsweg

Die optimale Menge r_1^* ergibt sich aus:

$$q'_{r_1} = \frac{w_1}{p}.$$

Bilden wir die partielle Ableitung der Produktionsfunktion nach r_1 und setzen die gegebenen Werte ein, so erhalten wir:

$$q'_{r_1} = 2 \cdot \frac{1}{3} r_1^{-\frac{2}{3}} \cdot 10^{\frac{2}{3}} \qquad = \frac{2}{4}$$

Die Auflösung dieser Gleichung nach r_1 liefert die gesuchte Lösung:

$$r_1^{\frac{2}{3}} = \frac{4}{3} \cdot 10^{\frac{2}{3}}$$

$$r_1 = \left(\frac{4}{3} \cdot 10^{\frac{2}{3}}\right)^{\frac{2}{3}}$$

$$r_1^* = 15{,}396$$

Ergebnis

Die optimale Faktoreinsatzmenge r_1^* beträgt 15,4 Einheiten.

❑

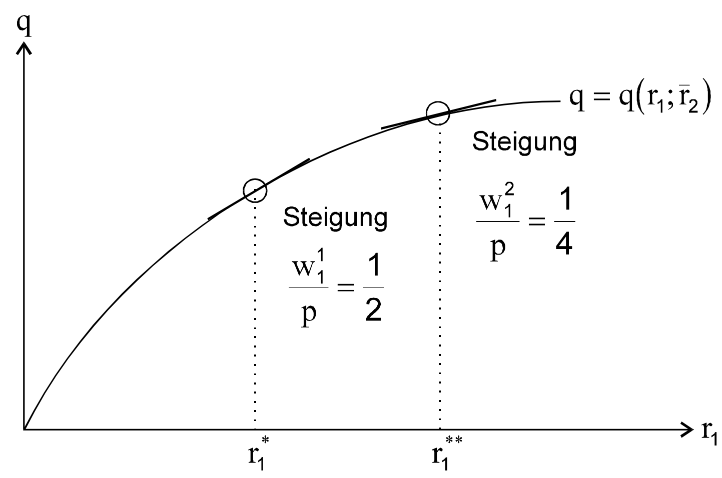


Abb. 77: Grenzproduktivität und Faktornachfrage

Wegen $q'_r = \frac{w}{p}$ können wir jetzt auch erklären, wie sich Veränderungen von Faktorpreis oder Produktpreis auf die Faktornachfrage und die Produktionsmenge auswirken. Gilt das Gesetz von den abnehmenden Grenzproduktivitäten der Faktoren, dann sinkt mit steigendem Faktorpreis bei konstantem Produktpreis die Faktornachfrage. Steigt hingegen der Produktpreis bei einem konstanten Faktorpreis, dann erhöht sich die Faktornachfrage.

q'_r	$< \frac{w}{p}$:	Faktornachfrage muß reduziert werden
q'_r	$> \frac{w}{p}$:	Faktornachfrage muß erhöht werden
q'_r	$= \frac{w}{p}$:	Faktornachfrage optimal

Einschränkend ist anzumerken, daß diese Zusammenhänge nur im **Rahmen des verwendeten Modells** gelten. Es gibt zwar gute empirische Gründe, bei langfristigen Betrachtungen von substitutionalen Produktionsfunktionen auszugehen, doch können **andere Technologien** zu unterschiedlichen Ergebnissen führen. Auch treten Faktor- und Produktpreisveränderungen häufig nicht unabhängig voneinander und nicht nur für ein Unternehmen auf, sondern gelten für große Bereiche der Volkswirtschaft (Inflation, Flächentarifabschlüsse), so daß immer mehrere Märkte betroffen sind. Es kommt hierdurch zu **Rückwirkungen im Gesamtsystem**, die in unserer Analyse nicht berücksichtigt wurden. Produktpreise, Löhne, Nachfragemengen, Technologieentscheidungen und Erwartungen beeinflussen sich hierbei gegenseitig.

5.8 Optimale Faktorkombination

Ausgangspunkt sind die Optimalitätsbedingungen der Faktornachfrage:

I.) $\Pi'_{r_1} = p \cdot q'_{r_1}\left(r_1^*; r_2\right) - w_1 = 0$

und

II.) $\Pi'_{r_2} = p \cdot q'_{r_2}\left(r_2^*; r_1\right) - w_2 = 0$

Wir dividieren jetzt beide Gleichungen und erhalten:

$$\frac{q'_{r_1}}{q'_{r_2}} = \frac{w_1}{w_2}$$

Wegen der Definition der Isoquante und der Gleichheit zwischen der Grenzrate der technischen Substitution und dem umgekehrten negativen Verhältnis der Grenzproduktivitäten gilt dann (vgl. S. 97):

$$\frac{q'_{r_1}}{q'_{r_2}} = -\frac{dr_2}{dr_1}$$

Hieraus schließen wir, daß die **Grenzrate der technischen Substitution im Optimum dem umgekehrten und negativen Verhältnis der Faktorpreise** entsprechen muß:

$$\frac{dr_2}{dr_1} = -\frac{w_1}{w_2}$$

Marktpreise lenken die Produktion. Wir können jetzt eine praktische Konsequenz für die optimale Faktorkombination ziehen:

Kombiniere die Produktionsfaktoren r_1 und r_2 so, daß die Grenzrate der technischen Substitution an der Stelle (r_1, r_2) dem negativen umgekehrten Verhältnis der gegebenen und festen Faktorpreise gleicht.

Graphisches Beispiel zur optimalen Faktorkombination und -nachfrage

Problem

Verschiedene Preise w_1 und w_2 zweier Faktoren und die graphische Darstellung der Isoquante zu der Ausbringungsmenge $q^* = 100.000$ seien gegeben (vgl. Abb. 78).

<u>1. Fall:</u> $w_1 = 2$ und $w_2 = 4$

<u>2. Fall:</u> $w_1 = 4$ und $w_2 = 4$

<u>3. Fall:</u> $w_1 = 8$ und $w_2 = 4$

Ermitteln Sie die ungefähren optimalen Faktormengen r_1 und r_2 in der Skizze!

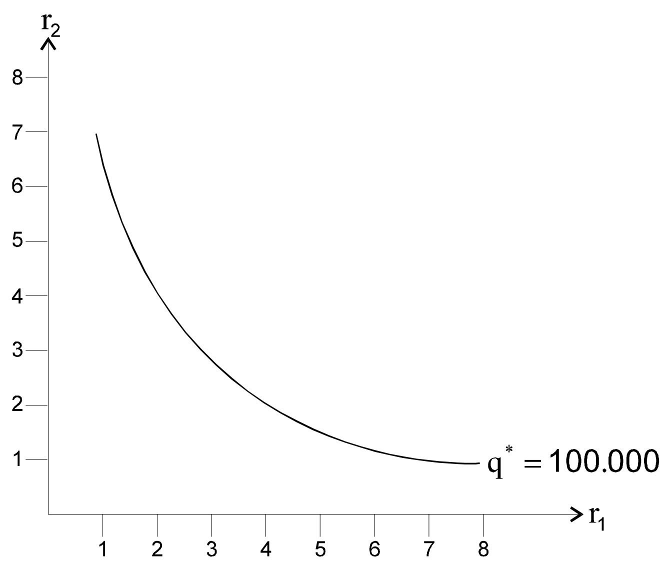


Abb. 78: Isoquante mit $q^* = 100.000$

Lösungsweg

Zuerst bestimmen wir in allen drei Fällen die Faktorpreisverhältnisse $\frac{w_1}{w_2}$:

<u>1. Fall:</u> $\frac{w_1}{w_2} = \frac{2}{4} = \frac{1}{2}$ <u>2. Fall:</u> $\frac{w_1}{w_2} = \frac{4}{4} = 1$ <u>3. Fall:</u> $\frac{w_1}{w_2} = \frac{8}{4} = 2$

Dann suchen wir per **Winkelmesser** die Punkte auf der Isoquante, an denen die Steigungen der Tangenten $-\frac{dr_2}{dr_1}$ (Grenzraten der technischen Substitution) die Werte $-\frac{1}{2}$ (1. Fall), bzw. -1 (2. Fall), bzw. -2 (3. Fall) annehmen.

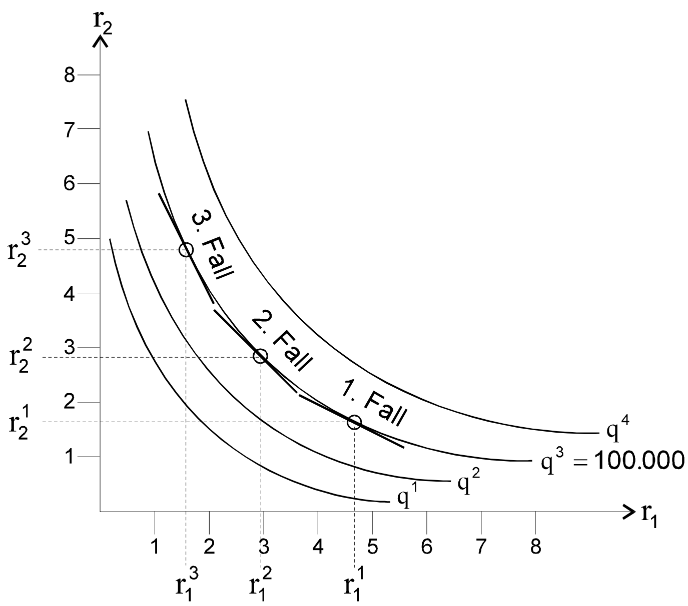


Abb. 79: optimale Faktorkombinationen

Lösung

Aufgrund der Darstellung in unserer Skizze (vgl. Abb. 79) schätzen wir die optimalen Faktormengen folgendermaßen:

1. Fall: $r_1^1 = 4{,}7$ und $r_2^1 = 1{,}7$

2. Fall: $r_1^2 = 2{,}9$ und $r_2^2 = 2{,}8$

3. Fall: $r_1^3 = 1{,}6$ und $r_2^3 = 4{,}8$

❑

Rechenbeispiel zur Faktornachfrage

Problem

Wir kennen die Faktorpreise $w_1 = 4$ und $w_2 = 3$, sowie den Wert des fixen Faktors $K_f = \overline{w_3 \cdot r_3} = 20$. Die in unserem Betrieb verwendete Technologie beschreiben wir durch eine Cobb-Douglas-Funktion: $q(r_1, r_2) = 2 \cdot r_1^{\frac{1}{3}} \cdot r_2^{\frac{2}{3}}$. Unsere Produktionsmenge beträgt q = 20. Da wir nur ein kleines Unternehmen sind, kalkulieren wir grundsätzlich mit gegebenen Marktpreisen (Polypol).

Wir haben nun das Problem zu lösen, welche optimalen Mengen r_1 und r_2 in der Produktion einzusetzen sind.

Lösungsweg

Die Zielfunktion lautet:

$$\underset{r_1, r_2}{\text{Max}}\ \Pi(r_1, r_2) = p \cdot q(r_1, r_2) - K$$

unter den Bedingungen:

$$q(r_1, r_2) = 2 \cdot r_1^{\frac{1}{3}} \cdot r_2^{\frac{2}{3}} = 20 \qquad \text{und} \qquad K = 4 \cdot r_1 + 3 \cdot r_2 + 20$$

Wir setzen die Nebenbedingungen in die Zielfunktion ein und maximieren:

$$\underset{r_1, r_2}{\text{Max}}\ \Pi(r_1, r_2) = p \cdot \left(2 \cdot r_1^{\frac{1}{3}} \cdot r_2^{\frac{2}{3}}\right) - (4 \cdot r_1 + 3 \cdot r_2 + 20)$$

Die partiellen Ableitungen nach r_1 und r_2 liefern die notwendigen Bedingungen:

$$\left.\begin{array}{lll}
\text{I.)} & \Pi'_{r_1}(r_1, r_2) & = p \cdot \frac{2}{3} r_1^{*\,-\frac{2}{3}} \cdot r_2^{\frac{2}{3}} - 4 = 0 \\
\text{II.)} & \Pi'_{r_2}(r_1, r_2) & = p \cdot 2 \cdot r_1^{\frac{1}{3}} \cdot \frac{2}{3} \cdot r_2^{*\,-\frac{1}{3}} - 3 = 0 \\
\text{III.)} & q(r_1, r_2) & = 2 \cdot r_1^{\frac{1}{3}} \cdot r_2^{\frac{2}{3}} = 20
\end{array}\right\} \rightarrow r_1^* \text{ und } r_2^*$$

Wie bisher nehmen wir auch hier an, daß die Bedingungen 2. Ordnung für das Gewinnmaximum erfüllt sind. Es liegt ein System mit 3 Gleichungen und den 3 Unbekannten $\left(p, r_1^*, r_2^*\right)$ vor. Wir versuchen nun, zwei der drei Unbekannten schrittweise zu eliminieren.

Zunächst bringen wir die Gleichungen I.) und II.) in die Form $q'_r = w$. Dann dividieren wir Gleichung I.) durch Gleichung II.):

$$\frac{q'_{r_1}}{q'_{r_2}} = \frac{w_1}{w_2}$$

und eliminieren hierbei den Preis p:

$$\text{I.}/\text{II.} \qquad \frac{\frac{2}{3} \cdot {r_1^*}^{-\frac{2}{3}} \cdot {r_2^*}^{\frac{2}{3}}}{2 \cdot {r_1^*}^{\frac{1}{3}} \cdot \frac{2}{3} \cdot {r_2^*}^{-\frac{1}{3}}} = \frac{4}{3}$$

Diesen Ausdruck kann man vereinfachen, indem man folgende Regeln der Potenzrechnung berücksichtigt:

$$a^{-b} = \frac{1}{a^b} \quad \text{und} \quad a^b \cdot a^c = a^{b+c}.$$

Mit Hilfe beider Regeln erhalten wir einen einfachen Ausdruck mit den beiden Unbekannten r_1^* und r_2^*.

$$\text{I.}/\text{II.} \qquad \frac{1}{2} \cdot \frac{r_2^*}{r_1^*} = \frac{4}{3}$$

Nun können wir die Gleichung III.) hinzuziehen:

$$2 \cdot {r_1^*}^{\frac{1}{3}} \cdot {r_2^*}^{\frac{2}{3}} = 20$$

Die Gleichungen $\mathrm{I.}/\mathrm{II.}$ und III. bilden ein neues System mit zwei Gleichungen und zwei Unbekannten. Wir lösen die Gleichung III.) nach r_1 auf:

$$\frac{20}{2 \cdot r_2^{*\frac{2}{3}}} = r_1^{*\frac{1}{3}}$$

$$\frac{10}{r_2^{*\frac{2}{3}}} = r_1^{*\frac{1}{3}} \quad \Big| \; (\;)^3$$

$$r_1^* = \frac{10^3}{r_2^{*2}}$$

Das Ergebnis setzen wir in die Gleichung $\mathrm{I.}/\mathrm{II.}$ ein, eliminieren r_1^* und berechnen r_2^*.

$$\frac{1}{2} \cdot \frac{r_2^*}{\frac{10^3}{r_2^{*2}}} = \frac{4}{3}$$

$$\frac{r_2^{*3}}{10^3} = \frac{8}{3}$$

$$r_2^{*3} = \frac{8000}{3}$$

$$r_2^* = \sqrt[3]{\frac{8000}{3}}$$

Dann setzen wir r_2^* in die Gleichung $\mathrm{I.}/\mathrm{II.}$ ein und berechnen auch r_1^*.

$$r_1^* = \frac{3}{8} \cdot \sqrt[3]{\frac{8000}{3}}$$

Ergebnis

Die optimalen Faktormengen betragen $r_1^* = 5{,}20$ und $r_2^* = 13{,}87$.

❑

Die Abbildung 80 verdeutlicht den Lösungsweg.

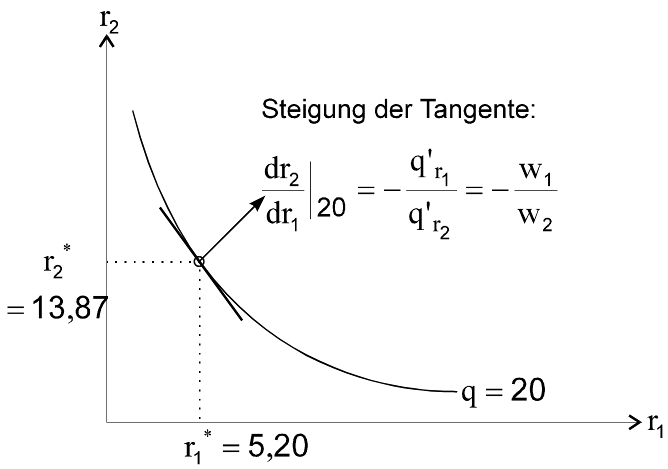


Abb. 80: optimale Faktorkombination

In der letzten Aufgabe (Rechenbeispiel zur Faktornachfrage, S. 108) erhielten wir die optimalen Faktornachfragen durch **Gewinnmaximierung**. Damit haben wir es uns unnötig kompliziert gemacht. Der Erlös ist für die Frage der Faktorkombination **irrelevant** und fällt tatsächlich auch im Lösungsverfahren heraus. Die einfache **Kostenminimierung** bei gegebener Ausbringung führt bereits zu den optimalen Faktormengen (Bitte selbständig überprüfen!). Wir nehmen diesen Fall zum Anlaß, um die Begriffe des **Primal** und des **Dual** einzuführen und zu erläutern.

Primal	**Dual**
$\underset{r_1,r_2}{\text{Min}}\ K = 4 \cdot r_1 + 3 \cdot r_2 + 20$	$\underset{r_1,r_2}{\text{Max}}\ q(r_1, r_2) = 2 \cdot r_1^{\frac{1}{3}} \cdot r_2^{\frac{2}{3}}$
unter der Bedingung:	unter der Bedingung:
$q(r_1, r_2) = 2 \cdot r_1^{\frac{1}{3}} \cdot r_2^{\frac{2}{3}}$	$K = 4 \cdot r_1 + 3 \cdot r_2 + 20$
und $q = 20$	und $K = 82{,}41$
Lösung:	**Lösung:**
$K = 82{,}41$	$q(r_1, r_2) = 20$
mit $r_1^* = \frac{3}{8} \cdot \sqrt[3]{\frac{8000}{3}}$ und $r_2^* = \sqrt[3]{\frac{8000}{3}}$	mit $r_1^* = \frac{3}{8} \cdot \sqrt[3]{\frac{8000}{3}}$ und $r_2^* = \sqrt[3]{\frac{8000}{3}}$

Bezeichnen wir die Minimierung der Kosten bei gegebenem Output als das **Primal**, dann existiert hierzu ein spiegelbildliches Optimierungsproblem, auch **Dual** genannt: Die Maximierung des Outputs bei gegebenen Kosten. Was im Primal Zielfunktion ist, wird im Dual zur Nebenbedingung. Der Leser sollte die Lösungen beider Programme selber berechnen und vergleichen! Die nachfolgenden Abbildungen verdeutlichen den spiegelbildlichen Charakter beider Verfahren. Isoquante, Kosten und Faktormengen sind bei beiden Verfahren im Optimum gleich.

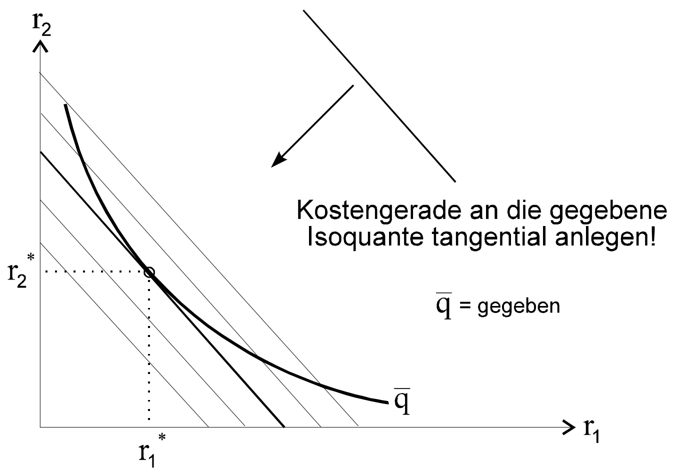


Abb. 81: Primal (Minimierung der Kosten)

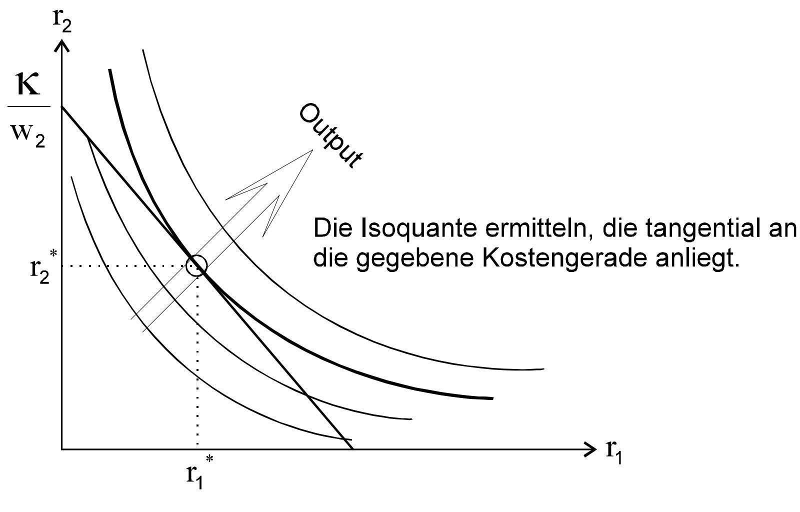


Abb. 82: Dual (Maximierung der Produktionsmenge)

5.9 Faktorpreisvariation

Mit Hilfe der Kostengerade und der Produktionsfunktion, dargestellt durch Isoquanten, können wir die optimale Faktorkombination und -nachfrage auch graphisch bestimmen. Das Verfahren ist uns von der Haushalts- und Nachfragetheorie her bekannt (3. Kapitel). Wenn der Faktorpreis w_1 variiert (c.p.), dann dreht sich die Kostengerade um den Punkt $\left(0, \frac{K}{w_2}\right)$ auf der Ordinate. Analoges gilt, wenn sich der Faktorpreis w_2 verändert. In der Haushaltstheorie unterschieden wir zwischen einem Einkommens- und Substitutionseffekt. In der Produktionstheorie können wir entsprechend einen **Skalen-** und **technischen Substitutionseffekt** analysieren. Aus der Variation der Faktorpreise und des Kostenbudgets können wir Rückschlüsse auf die Faktornachfrage ziehen. Die einzelnen Faktornachfragefunktionen lassen sich horizontal zu **Gesamtnachfragefunktionen der Unternehmen** addieren.

Abbildung 83 zeigt die Entwicklung der Faktornachfrage bei sich veränderndem Preis w_1 des Faktors 1. Wäre beispielsweise r_1 die Verbrauchsmenge einer Dienstleistung und r_2 die Menge eines Kapitalgutes, dann beschreibt der eingezeichnete Pfad die Nachfrageentscheidung des Unternehmens als Funktion des Arbeitslohnes. Wir erkennen, daß die einzelne Faktorpreisänderung Effekte auf alle optimalen Inputmengen ausübt.

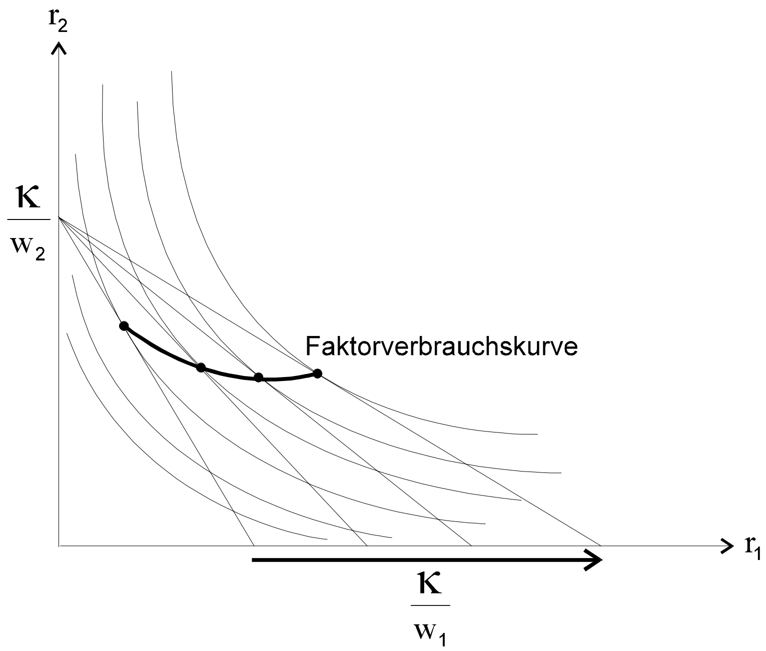


Abb. 83: Faktorpreisvariation

Gleiches gilt für die Variation des Faktorpreises w_2 (vgl. Abb. 84). Die Wirkung auf die Inputmengen hängt von der Technologie (Lage der Isoquanten), dem Kostenbudget und den anderen Faktorpreisen ab (Lage der Kostengeraden).

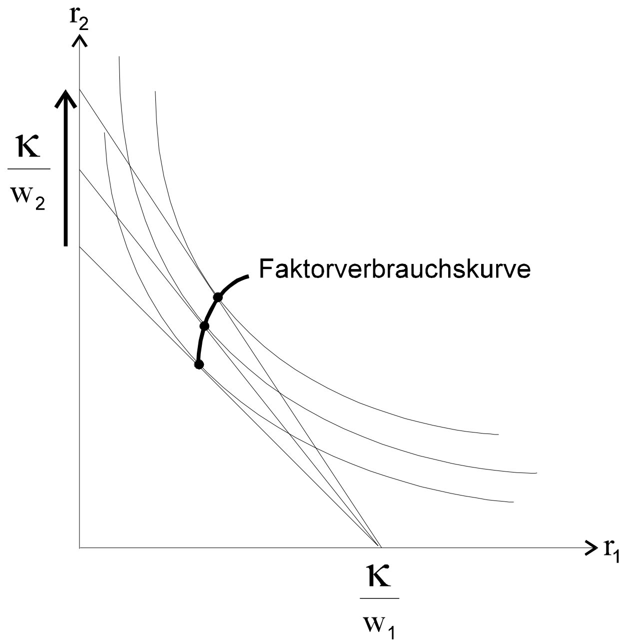


Abb. 84: Faktorpreisvariation

In der Abbildung 85 auf Seite 115 sehen wir die Wirkung der Kostenbudgetvariation bei konstanten Faktorpreisen. Durch die Parallelverschiebung der Kostengeraden verändern sich die Inputmengen und die Outputmenge in die gleiche Richtung. Der **Kostenexpansionspfad** zeigt die zueinandergehörenden Gesamtkosten und Outputmengen bei optimalen Faktorkombinationen an. Statt des Kostenbudgets könnten wir auch die Faktorpreise um den gleichen Prozentsatz verändern, um so den Kostenexpansionspfad zu erhalten.

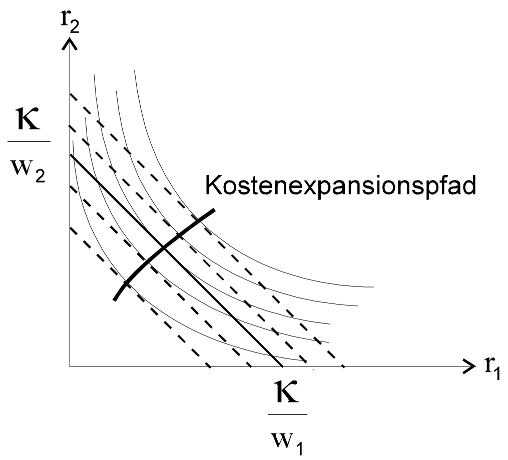


Abb. 85: Kostenbudgetvariation

Die Veränderung eines einzelnen Faktorpreises führt zu einem **technischen Substitutionseffekt** und einem **Skaleneffekt**. Die Summe aus beiden Effekten ergibt den **Gesamteffekt** einer Faktorpreisänderung auf die Outputmenge. Der technische Substitutionseffekt beinhaltet die Substitution der Faktoren bei gleichbleibender Ausbringungsmenge. Es handelt sich hierbei um eine Bewegung entlang der Isoquante. Der Skaleneffekt, oder auch Mengeneffekt rührt daher, daß sich die Faktormengen um einen gleichen Prozentsatz erhöhen oder erniedrigen, was zu einer Veränderung der Ausbringungsmenge führt.

Analog zur Darstellung des **Einkommens- und Substitutionseffektes** (vgl. Abschnitte 3.1.3, S. 34 u. 3.2, S. 37) in der Theorie der Konsumnachfrage läßt sich auch hier die Wirkung einer normalen oder inferioren Faktornachfrage auf den Gesamteffekt diskutieren.

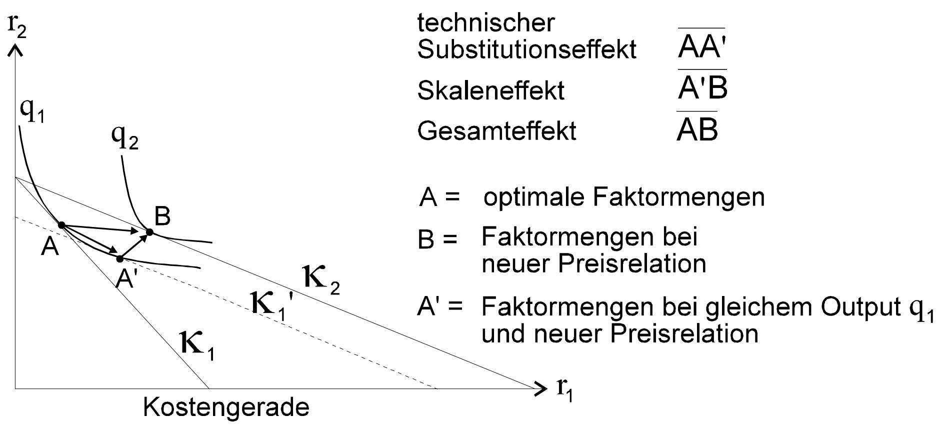


Abb. 86: Technischer Substitutions- und Skaleneffekt

Nachfragefunktionen beschreiben für jedes einzelne Unternehmen die Wirkungen der Faktorpreis- und Kostenbudgetveränderungen auf die Faktornachfrage. Für das Gut j und die Betriebe h und k lauten die Nachfragefunktionen in allgemeiner Formulierung folgendermaßen:

$$X_j^h = F\left(w_1; w_2; \; ... \; ; w_n, K^h\right) \qquad \text{h, k:} \quad \text{Betriebe}$$

$$1 \ldots j \ldots n: \quad \text{Güter}$$

$$X_j^k = F\left(w_1; w_2; \; ... \; ; w_n, K^k\right)$$

Analog zur Theorie der Konsumnachfrage können wir die Faktornachfragefunktionen aggregieren (vgl. Abb. 87).

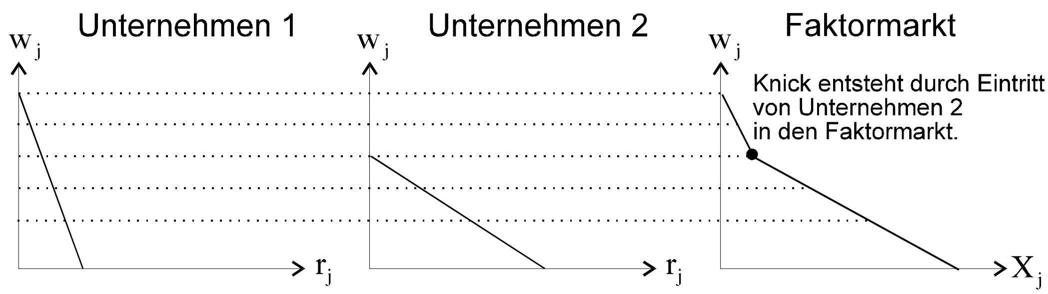


Abb. 87: Aggregation der Faktornachfrage

5.10 Skalenerträge (economies of scale)

Wir diskutierten bislang, wie sich die Ausbringung verändert, wenn nur eine Faktormenge variiert (Grenzproduktivität). Außerdem betrachteten wir die Variation zweier Faktoren bei konstantem Output (Isoquante). Wir wollen jetzt fragen, wie sich die Erhöhung **aller Faktormengen um den gleichen Prozentsatz** auf die Ausbringungsmenge auswirkt. Der **Skalenertrag** beschreibt, wie sich der Output hierbei verändert.

Werden **alle** Inputfaktoren um das t-fache erhöht oder erniedrigt, $t \in \mathbb{R}$, und erhöht oder erniedrigt sich der Output ebenfalls um das t-fache, dann spricht man von **konstanten Skalenerträgen.** Man unterscheidet neben dem konstanten auch den zunehmenden **(economies of scale)** und den abnehmenden **(diseconomies of scale)** Skalenertrag. Von den Skalenerträgen müssen Fragen der Stückkostendegression streng getrennt werden. Bei der Stückkostendegression bleibt ein fixer Faktor konstant. Die fixen Kosten verteilen sich auf unterschiedliche Mengen eines variablen Faktors. Skalenerträge können wir aber nur dann ermitteln, wenn wir **alle** Faktoren verändern. Dies kann regelmäßig nur in größeren Sprüngen geschehen. So können wir neben einen Betrieb einen zweiten, dritten und vierten setzen. Die Vervielfältigung identischer Betriebe führt in der Regel zu konstanten Skalenerträgen. Jeder Betrieb für sich kann dann eventuell eine Stückkostendegressionen erreichen.

Produktionsfunktionen kann man darauf prüfen, ob sie zunehmende, abnehmende oder konstante Skalenerträge aufweisen. Wir gehen hierzu von der allgemeinen Darstellung einer Produktionsfunktion aus: $q = q(r_1, r_2)$. Wenn wir jetzt jede Faktormenge mit $t > 1$, $t \in \mathsf{R}$, multiplizieren, erhöht sich sicherlich auch die Ausbringungsmenge. Wenn diese ebenfalls um das t-fache steigt: $t \cdot q$, dann liegen konstante Skalenerträge vor. Wenn die Ausbringungsmenge aber um das t^{λ}-fache, $\lambda > 1$, zunimmt, dann haben wir einen Fall zunehmender und bei $0 < \lambda < 1$ einen Fall abnehmender Skalenerträge.

Es sei	q	$= q(r_1, r_2)$.		
Bilde	$\hat{q} = t^{\lambda} \cdot q$	$= q(t \cdot r_1, t \cdot r_2)$.		
Bestimme λ.	Wenn λ	$= 1$,	dann liegen konstante Skalenerträge vor.	
	Wenn λ	> 1,	dann liegen zunehmende Skalenerträge vor.	
	Wenn λ	< 1,	dann liegen abnehmende Skalenerträge vor.	

Abb. 88: Überprüfung der Skalenerträge

Rechenbeispiele zu Skalenerträgen

1. Problem

Überprüfe die folgende Produktionsfunktion:

$$q = 2 \cdot r_1 + r_2$$

Wir multiplizieren r_1 und r_2 mit der Konstanten t:

$$\begin{aligned}\hat{q} &= 2 \cdot t \cdot r_1 + t \cdot r_2 \\ &= t \cdot (2 \cdot r_1 + r_2) \\ &= t \cdot q \\ &= t^1 \cdot q\end{aligned}$$

Lösung

Da $\lambda = 1$ liegen konstante Skalenerträge vor. Der Homogenitätsgrad beträgt Eins. Wir bezeichnen eine solche Produktionsfunktion als linear-homogen.

2. Problem

Überprüfe die folgende Produktionsfunktion:

$$q = 2 \cdot r_1 \cdot r_2$$

Wir multiplizieren r_1 und r_2 mit der Konstanten t:

$$\begin{aligned}\hat{q} &= 2 \cdot t \cdot r_1 \cdot t \cdot r_2 \\ &= t^2 \cdot 2 \cdot r_1 \cdot r_2 \\ &= t^2 \cdot q\end{aligned}$$

Lösung

Da $\lambda > 1$ liegen zunehmende Skalenerträge vor. Die Produktionsfunktion besitzt einen Homogenitätsgrad größer als Eins.

3. Problem

Überprüfe die folgende Produktionsfunktion:

$$q \quad = 2 \cdot r_1^{\alpha} \cdot r_2^{1-\alpha} \qquad \text{(Cobb-Douglas Produktionsfunktion)}$$

Wir multiplizieren r_1 und r_2 mit der Konstanten t:

$$\begin{aligned}
\hat{q} \quad &= 2 \cdot (t \cdot r_1)^{\alpha} \cdot (t \cdot r_2)^{1-\alpha} \\
&= 2 \cdot t^{\alpha} \cdot r_1^{\alpha} \cdot t^{1-\alpha} \cdot r_2^{1-\alpha} \\
&= t^1 \cdot 2 \cdot r_1^{\alpha} \cdot r_2^{1-\alpha} \\
&= t^1 \cdot q
\end{aligned}$$

Lösung

Da $\lambda = 1$ liegen konstante Skalenerträge vor. Der Homogenitätsgrad beträgt Eins. Die Produktionsfunktion ist linear-homogen.

❑

5.11 Zusammenhang zwischen Kosten- und Produktionsfunktion

Wir kommen jetzt zum Ende unserer Darstellung der Produktionstheorie, indem wir auf den Zusammenhang zur Kostentheorie hinweisen. Wie wir am Anfang dieses Kapitels feststellten, setzt die Kostenfunktion das Konzept der Produktionsfunktion voraus. Die Kostenfunktion unterstellt, daß wir die Faktoren (r_1, r_2) optimal einsetzen.

Den Zusammenhang zwischen Kosten, Input- und Outputmengen beschreibt der Expansionspfad in Abbildung 89. Der Expansionspfad legt fest, welche Kostenbudgets $\mathcal{K}$ für die Herstellung verschiedener Outputmengen q benötigt werden, bei gegebenen Faktorpreisen und optimalen Faktorkombinationen.

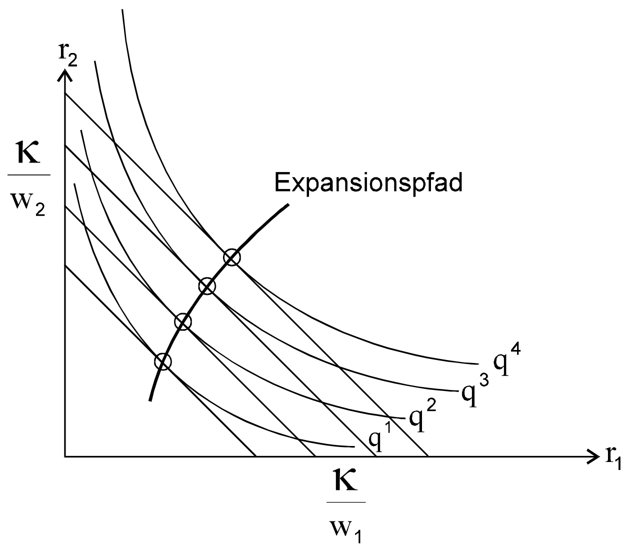


Abb. 89: Expansionspfad

Die Funktion $K(q)$ zeigt zu jeder Ausbringungsmenge die effizienten Kosten an, die aus der Kostenminimierung des Faktoreinsatzes hervorgehen:

$$K(q) = \left[K: \quad \underset{r_1, r_2}{\text{Min}} \; \mathcal{K} = w_1 \cdot r_1 + w_2 \cdot r_2 \; , \text{ u.d.B. } q = q(r_1, r_2) \; ; \; w \text{ konstant} \right]$$

5.12 Aufgaben zum 5. Kapitel

(1.) Multiple Choice

Kreuzen Sie an!

richtig	falsch

Die Grenzproduktivität eines Faktors in einem Produktionsprozeß ist nicht meßbar, da die technischen Zusammenhänge aus ökonomischer Sicht eine Black-Box darstellen.

richtig	falsch

Die Grenzproduktivität zeigt an, um welchen Betrag die Outputmenge variiert, wenn man alle Inputmengen um einen kleinen Betrag ändert.

richtig	falsch

Wenn die Wertgrenzproduktivität den Absatzpreis übersteigt, dann steigert eine zusätzliche Produktionseinheit den Gewinn.

richtig	falsch

Substitutionale Produktionsfunktionen weisen konvexe Isoquanten auf und können dennoch linear-homogen sein.

richtig	falsch

Unternehmen in einem Polypol sind deshalb Preisnehmer, weil sie zu klein sind, um den Marktpreis mit ihren Absatzmengen zu beeinflussen.

(2.) Ein Betrieb verfügt über zwei Produktionsanlagen unterschiedlichen Alters und unterschiedlicher Technologie, die beide das gleiche Gut herstellen und die gleichen Faktoren benötigen. Die Technologie der älteren Anlage wird durch $q = F(r_1, r_2)$ und die der neueren durch $q = H(r_1, r_2)$ beschrieben. Es gilt das Gesetz von den abnehmenden Grenzproduktivitäten jedes Faktors.

(2.1) Leiten Sie die notwendigen Bedingungen für die optimalen Faktoreinsätze aus den Gewinnfunktionen beider Anlagen ab.

(2.2) Verwenden Sie die notwendigen Bedingungen und zeigen Sie hieran, daß der Faktor 1 so auf beide Anlagen zu verteilen ist, daß die Grenzproduktivitäten des Faktors 1 in den beiden Anlagen gleich sind.

(2.3) Beide Produktionsanlagen benötigen die Arbeitskraft als Einsatzfaktor. Die Grenzproduktivität der Arbeit liegt aber in der älteren Anlage über dem Quotienten aus Lohn zu Outputpreis und in der neueren Anlage darunter. Was würden Sie in diesem Fall empfehlen?

(3.) Es sei $q = G(r_1, r_2)$ eine substitutive Produktionsfunktion, die im relevanten Bereich dem Gesetz der abnehmenden Grenzproduktivitäten jedes Faktors gehorcht. Angenommen, der Absatzpreis p des Produktionsgutes steigt bei konstanten Faktorpreisen. Wie verändern sich die Faktornachfragen und die Grenzproduktivitäten? Demonstrieren Sie Ihre Antwort graphisch.

(4.) Energie und Arbeit sind zwei Inputfaktoren. Sie diskutieren über die Energiesteuer. Ihr Diskussionspartner behauptet, daß durch eine solche Steuer „die nachgefragte Energiemenge sinkt, aber die Nachfrage nach Arbeit wächst, da die Produktionsmenge konstant bleibt". Verdeutlichen Sie die Argumentationsweise Ihres Diskussionspartners graphisch.

(5.) Ein Produktionsbetrieb arbeitet mit zwei Faktoren und stellt ein Produkt her.

(5.1) Was ist eine linear-limitationale Produktionsfunktion (kurze Erläuterung und 2-dimensionales Diagramm)?

(5.2) Was ist eine substitutionale Produktionsfunktion (kurze Erläuterung und 2-dimensionales Diagramm)

(5.3) Was versteht man unter zunehmenden Skalenerträgen (möglichst präzise und kurz)?

Überprüfen Sie die folgenden Stichworte (Quelle: Gablers Wirtschaftslexikon)

•Cobb-Douglas Funktion •Grenzproduktivität •Isokostenkurve •Isoquante
•Kostenfunktion •linear-limitationale Produktionsfunktion
•Minimalkostenkombination •Produktionsfaktor •Produktionsfunktion
•Skalenertrag •substitutionale Produktionsfunktion •technische Substitutionsrate
•Technologien •Wertgrenzprodukt

6 Gleichgewicht und Stabilität

In den zurückliegenden Kapiteln zeigten wir, daß Angebots- und Nachfragemengen das Ergebnis optimaler Verhaltensweisen von privaten Haushalten und Unternehmen sind. Den Begriff der **Optimalität** verstehen wir **subjektiv** und **individuell**. Wenn der private Haushalt unter gegebenen Restriktionen seinen Nutzen maximiert, dann führt dies zu einer (**ex ante**) optimalen Angebots- und Nachfrageentscheidung. Das Angebot der privaten Haushalte besteht in erster Linie aus der täglichen Arbeitskraft (vgl. Abschnitt 3.6, S. 49). Zusätzlich zu seiner Arbeitskraft besitzt der private Haushalt Grundstücke, Häuser, Wertpapiere und Geld und verdient ein Gehalt, Pacht, Miete, Dividenden und Zinsen. Die erwarteten Einnahmen bestimmen sein Budget, welches wiederum für nachgefragte Waren und Dienstleistungen verplant wird. Unternehmen transformieren Vorprodukte in Verkaufsprodukte, um ihren Gewinn zu maximieren. Wenn wir nun alle Entscheidungen der privaten Haushalte und der Unternehmen zusammenfassen (Aggregation, vgl. Abschnitte 3.3, S. 38 und 5.9, S. 113), gelangen wir für jedes Gut zu einer Angebots- und einer Nachfragemenge. Wir zeigten ebenfalls, daß die Angebots- und die Nachfragemengen von den herrschenden Marktpreisen abhängen, so daß wir Funktionen definieren können, die den Zusammenhang zwischen den Mengen und Preisen beschreiben.

Einen Teil der Budgets und der Gewinne vereinnahmt der Staat durch **Steuern**, die wieder über die staatlichen Haushalte in den Wirtschaftskreislauf zurückfließen.

Jeden einzelnen **Markt** unserer Volkswirtschaft beschreiben wir durch ein Gut, eine Nachfrage- und eine Angebotsfunktion (vgl. Abb. 1, S. 2). Die Märkte in der Volkswirtschaft existieren nicht unabhängig voneinander, sondern sind über **Kaufkraft-**, **Substitutions-** und **Komplementärbeziehungen** eng miteinander verbunden (vgl. Abschnitte 3.5, S. 48, und 5.9, S. 113). Das Geld, eine besondere Ware in diesem System verbundener Märkte, dient bei allen Transaktionen als Tauschmittel und Wertmaßstab. Wir wollen uns in diesem Kapitel mit der Frage des Gleichgewichts und der Stabilität eines solchen Marktsystems näher beschäftigen. Wenn für einen Teil unseres Systems Marktpreise vorliegen, so daß in jedem Markt die (ex ante) angebotene Menge der (ex ante) nachgefragten Menge gleicht, dann verwenden wir den Begriff des **partiellen Gleichgewichts**. Es ist an dieser Stelle wichtig, zwischen den Begriffen ex ante und ex post zu unterscheiden (vgl. Abschnitt 2.1, S. 9). **Ex post** sind natürlich die zwischen dem Anbieter und dem Nachfrager getauschten Mengen identisch. **Ex ante** können sie aber durchaus voneinander abweichen, wenn der Anbieter zum herrschenden Marktpreis mehr veräußern möchten, als Kunden kaufen wollen oder die Nachfrager ihre Wünsche nicht befriedigen können, obwohl sie über ausreichende Mittel verfügen. In Gleichgewichtsbetrachtungen muß man demnach immer die ex ante Situation zum Ausgangspunkt nehmen und fragen, ob die **geplanten Angebotsmengen** den **geplanten Nachfragemengen** gleichen. Der einfachste Fall der partiellen Gleichgewichtsbetrachtung findet in nur einem einzigen Markt statt. Wenn wir hingegen für das Gesamtsystem die Frage stellen: Gibt es Güterpreise, so daß sich **alle** Märkte im Gleichgewicht befinden? – dann sprechen wir von einer **totalen Gleichgewichtsanalyse**.

Existieren partielle oder totale Gleichgewichte, dann können wir untersuchen, was mit dem Teil- beziehungsweise Gesamtsystem geschieht, wenn man es aus dem Gleichgewicht wirft. Hierzu wählt man einen Preisvektor, bei dem sich einige Märkte im **Ungleichgewicht** befinden. Entweder bleiben Anbieter auf ihren geplanten Gütern sitzen oder Nachfrager können nicht alle die Güter kaufen, die sie zum herrschenden Marktpreis gerne erworben hätten. Setzen nun Marktkräfte ein, die das System in das Gleichgewicht bewegen, so sprechen wir von einem **stabilen** und andernfalls von einem **instabilen** System.

Wir stellen nachfolgend das Totalmodell des Marktsystems vor, welches den Ausgangspunkt der **Allgemeinen Gleichgewichtstheorie** bildet. Anschließend diskutieren wir die Frage der Stabilität zunächst an einem Beispiel mit substitutiven und komplementären Güter, gehen dann auf die Rolle der Erwartungen beim Stabilitätsprozeß ein und schließen das Kapitel mit der Problematik der Mindest- und Höchstpreise ab.

6.1 Totalmodell des Marktsystems

Die privaten Haushalte besitzen ein Einkommen aus dem Verkauf ihrer Dienstleistungen und aus ihren Beteiligungen an den Gewinnen der Unternehmen. Außerdem besitzen private Haushalte Land, Geld und andere Waren, deren Bereitstellungen Zinsen, Pacht und Miete abwerfen. Alle diese Einnahmearten bilden das Budget der privaten Haushalte. Wir stellen uns die Ökonomie als einen **Güterkreislauf** vor, dessen wesentliche Bestandteile folgendermaßen aussehen: Private Haushalte konsumieren Güter und bieten Arbeitskraft an, Unternehmen kaufen diese Arbeitskraft von den privaten Haushalten und außerdem noch Produktions- und Investitionsgüter von anderen Unternehmen, transformieren alle Inputfaktoren in neue Güter, die wiederum von privaten Haushalten und Unternehmen gekauft werden (vgl. Abb. 90, S. 125). Jedes Gut wird also von privaten Haushalten oder

Betrieben oder beiden angeboten und ebenso auch nachgefragt. Zu jedem Gut i, $i = 1 \ldots n$, existiert eine aggregierte Angebots- und eine aggregierte Nachfragefunktion (vgl. Abschnitte 3.3, S. 38 und 5.9, S. 113). Bei einer gegebenen und festen Verteilung der Vermögen (**Anfangsausstattung**) auf die privaten Haushalte lassen sich die Nachfrage- und Angebotsmengen als Funktionen aller Preise darstellen.

$$X_i = X_i(p_1 \ldots p_i \ldots p_n)$$
$$Q_i = Q_i(p_1 \ldots p_i \ldots p_n) \qquad i = 1 \ldots n \text{ (Güter)}$$

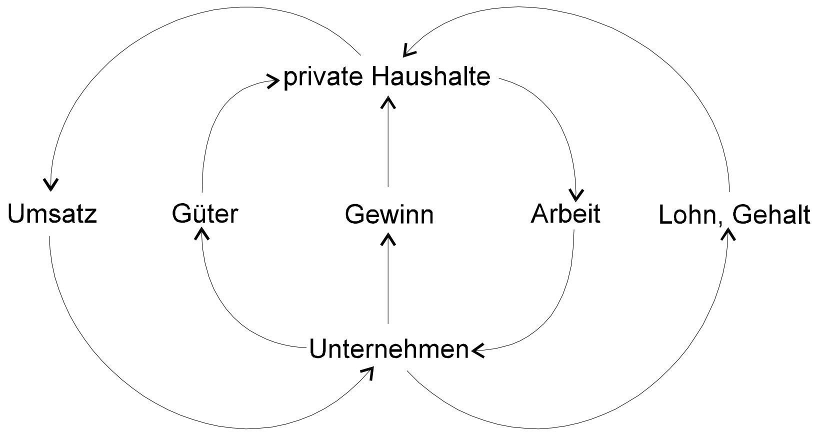


Abb. 90: Güter- und Geldkreislauf

Es gibt n Bedingungen, die das totale Gleichgewicht in unserem System beschreiben:

$$\begin{aligned} X_1(p_1 \ldots p_n) &= Q_1(p_1 \ldots p_n) \\ X_2(p_1 \ldots p_n) &= Q_2(p_1 \ldots p_n) \\ \vdots \quad & \quad \vdots \\ X_n(p_1 \ldots p_n) &= Q_n(p_1 \ldots p_n) \end{aligned}$$

Existiert ein Preisvektor $\mathbf{p_1^*, \ldots, p_n^*}$, so daß die Gleichgewichtsbedingungen erfüllt sind? Aus den vorhergehenden Kapiteln und der Konstruktion der Nachfrage- und Angebotsfunktionen wissen wir, daß bei diesem gesuchten Preisvektor jeder private Haushalt und jedes Unternehmen sein geplantes Nutzen- beziehungsweise Gewinnmaximum erreicht. Deshalb kommt diesem Preisvektor eine erhebliche **wohlfahrtspolitische Bedeutung** zu.

Wir können das Gleichungssystem vereinfachen, indem wir für jedes der n Güter die Differenz der Nachfrage- und Angebotsfunktion (X - Q) bilden und damit n Nettoangebotsfunktionen N erhalten. Im Gleichgewicht soll jedes Nettoangebot gleich Null sein:

$$\begin{aligned}
N_1(p_1 \ldots p_n) \quad &= X_1(p_1 \ldots p_n) - Q_1(p_1 \ldots p_n) \quad = 0 \\
N_2(p_1 \ldots p_n) \quad &= X_2(p_1 \ldots p_n) - Q_2(p_1 \ldots p_n) \quad = 0 \\
\vdots \qquad\qquad &\quad \vdots \qquad\qquad\quad \vdots \\
N_n(p_1 \ldots p_n) \quad &= X_n(p_1 \ldots p_n) - Q_n(p_1 \ldots p_n) \quad = 0
\end{aligned}$$

Das Gleichungssystem besteht aus n Unbekannten und n Gleichungen. Wenn wir uns aber genauer fragen, was der Preis eines Gutes eigentlich darstellt, so stellen wir fest, daß es sich hierbei um eine **Werteinheit relativ zum Wert des Geldes** handelt, welcher mit 1 normiert wurde. Tatsächlich können wir in den Nettoangebotsfunktionen den Preis des Geldes mit 1 festlegen. Dadurch enthält unser Gleichungssystem nur n-1 Unbekannte, aber n Gleichungen und scheint hierdurch überdeterminiert zu sein.

Auf die Ökonomen **Say** (1767-1832) und **Walras** (1834-1919) geht eine wichtige Entdeckung zurück, die mit der Konstruktion der Volkswirtschaft als Güterkreislauf eng verknüpft ist. Private Haushalte erhalten ihr Einkommen aus dem Verkauf und der Bereitstellung von Gütern und planen entsprechende Güterkäufe. Der Wert der von einem einzelnen Haushalt angebotenen Güter entspricht also dem Wert der von ihm nachgefragten Güter. Wenn private Haushalte sparen, dann fließen diese Beträge über das Bankensystem per Kredit wieder dem Kreislauf zu und es kommt dadurch zu einer Güternachfrage, die dem Sparvolumen entspricht. Unternehmen bieten Güter an und verwenden den Umsatz zum Kauf von Faktoren. Wenn hierbei ein Gewinn übrig bleibt, so fließt dieser den privaten Haushalten zu, die ihn in eine Güternachfrage umsetzen. Auch für Unternehmen gilt, daß der Wert der angebotenen Güter dem Wert der nachgefragten Güter gleicht. Wenn wir nun die Gesamtheit der privaten Haushalte und Unternehmen betrachten, dann kann es sich hierbei nicht anderes verhalten: **Was angeboten wird entspricht im Wert dem, was in einer Volkswirtschaft nachgefragt wird**. Aus dieser **makroökonomischen Budgetrestriktion** erwächst eine wichtige Konsequenz: Wenn in n-1 Märkten der angebotene Wert gleich dem nachgefragten ist, dann muß dieses auch im n-ten Markt der Fall sein, denn sonst wäre die makroökonomische Budgetrestriktion verletzt, der Kreislauf hätte ein „Loch“, in dem **Wert verschwindet** oder aus dem **Wert**

zufließt. Um die Existenz eines Gleichgewichts in unserem Marktsystem nachzuweisen reicht es aus, n-1 Nettoangebotsfunktionen zu lösen. Ein beliebiger Markt kann weggelassen werden. Aus dem Gleichgewicht der n-1 Märkte ergibt sich wegen der Entdeckung von **Say** und **Walras** auch das Gleichgewicht des n-ten Marktes.

Um die Existenz eines Gleichgewichts im Gesamtsystem nachzuweisen, muß das folgende System gelöst werden:

$$\begin{aligned} N_1(p_1 \ldots p_{n-1}) &= 0 \\ N_2(p_1 \ldots p_{n-1}) &= 0 \\ &\vdots \\ N_{n-1}(p_1 \ldots p_{n-1}) &= 0 \end{aligned}$$

Prinzipiell ist es möglich, daß kein **positiver Preisvektor** existiert, der das Gleichungssystem löst. Dieses liegt daran, daß wir mit **grundlegenden Annahmen** das Verhalten der privaten Haushalte und Unternehmen abbilden, die ein Gleichgewicht logisch ausschließen. Wir haben dann **im Modell** bewiesen, daß in der Marktwirtschaft, die wir mit unseren Prämissen beschreiben, kein Gleichgewicht existiert. Wir brauchen uns nicht mehr zu wundern, daß Arbeitslosigkeit besteht, Betriebe in Konkurs gehen und der Wohnungsbedarf nicht gedeckt wird. Wir haben aus unserer Sicht die reale Ökonomie **verstanden**. Ein wichtiger und relativ neuer Zweig der Mikroökonomie beschäftigt sich deshalb mit Ökonomien, die sich prinzipiell im Ungleichgewicht befinden. Man versucht, diese Ökonomien im Detail auf disaggregierter Ebene zu verstehen und **wirtschaftspolitische Lösungsmöglichkeiten** anzubieten.

Es gibt aber auch grundlegende Verhaltens- und Technologieannahmen, mit denen sich **die Existenz eines Gleichgewichts** nachweisen läßt. Diese Annahmen gelten vielen Ökonomen als plausibel. In den zurückliegenden Kapitel beschrieben wir die Grundlagen eines Marktsystems mit einem Verhalten der Unternehmen und privaten Haushalte, welches durch **Angebots- und Nachfragefunktionen** abgebildet werden kann. Die Indifferenzkurven und Isoquanten verlaufen **konvex** zum Ursprung und die Technologie weist **keine zunehmenden Skalenerträge** auf. Keine Funktion besitzt Sprünge oder Knickstellen, Angebotsfunktionen fallen und werden von steigenden Nachfragefunktionen geschnitten. Es herrscht ein vollkommener Wettbewerb. Die Existenz eines Gleichgewichts konnte für ein derartiges Marktsystem in den späten 50er Jahren nachgewiesen werden

(**Debreu, 1959**). Die Mathematik ist allerdings zu aufwendig, als daß wir sie hier darstellen könnten.

6.2 Interdependenzen zwischen Märkten

Wir wollen in diesem Abschnitt auf die **Wechselwirkungen** eingehen, die zwischen Märkten bestehen. Hierzu betrachten wir nur eine kleine Anzahl von Märkten und unterstellen, daß der Rest des Systems unverändert bleibt (ceteris paribus). Gütermärkte können durch Kaufkrafteffekte, Substitutions- und Komplementärbeziehungen miteinander verbunden sein. **Komplementäre Güter** sind nicht gegeneinander ersetzbar. Sie werden gemeinsam in relativ festen Verhältnissen verbraucht oder angewendet. Man kann sie deshalb als Bestandteile nur eines einzigen Gutes betrachten. (vgl. Beispiel einer Möbelfabrik, S. 101) **Substitutive Güter** kann man gegeneinander austauschen. An zwei einfachen linearen Nachfragefunktionen können wir uns die unterschiedliche Wirkung substitutiver und komplementärer Güter verdeutlichen.

$$X_2(p_2, p_1) = A - 3p_2 + 4p_1 \qquad \text{A: Konstante}$$

$$X_3(p_3, p_4) = B - 7p_3 - 2p_4 \qquad \text{B: Konstante}$$

Im ersten Fall hängt die Nachfrage nach dem Gut Nr. 2 von den Preisen des Gutes Nr. 1 und Nr. 2 ab. Wir erkennen, daß eine Preiserhöhung des Gutes Nr. 1 die Konsumenten veranlaßt, mehr vom Gut Nr. 2 zu kaufen. Die Güter Nr. 1 und 2 sind also offensichtlich Substitute.

Im zweiten Fall verringert sich die Nachfrage nach dem Gut Nr. 3, wenn der Preis von Gut Nr. 3 steigt, aber auch dann, wenn der Preis von Gut Nr. 4 sich erhöht. Warum sollte sich die Nachfrage verringern, wenn sich der Preis eines anderen Gutes erhöht? Gut Nr. 3 und Gut Nr. 4 sind Komplemente, sie werden zusammen konsumiert. Wenn der Preis des einen Gutes steigt, verteuert dies den Konsum beider Güter.

Aufgabe: Interdependenzen zwischen Märkten

Problem

Nußgranulat geht als Vorprodukt in die Herstellung von **Nußschokolade** ein. Gleiches gilt für **Kakao**. Konsumenten betrachten **Nußschokolade** häufig als Substitut zu nuß- und kakaofreier **weißer Schokolade**. Die Märkte der vier Produkte funktionieren polypolistisch und normal. Sie befinden sich im Gleichgewicht.

Jetzt steigt der Gleichgewichtspreis von Nüssen! Wie wirkt sich diese Veränderung auf die anderen drei Märkte aus?

Komparative Statik

Wir können die drei Märkte graphisch im Gleichgewicht darstellen.

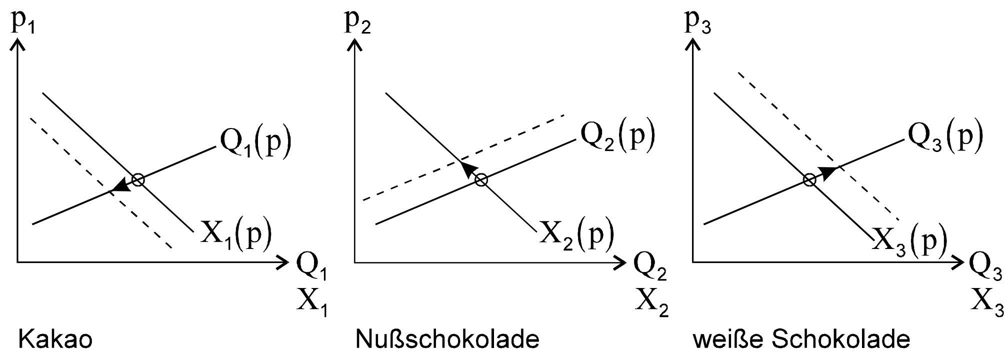


Abb. 91: Schokoladenmärkte mit Vorprodukt

Veränderungen im gesamten Teilsystem sind die Folge. Die Preissteigerung von Nußgranulat bewirkt höhere variable Stückkosten in der Herstellung von Nußschokolade. Wir erwarten deshalb eine Verschiebung der Angebotsfunktion der Nußschokolade nach oben. Die Nachfragekurve von Nußschokolade verändert sich wegen der Preisveränderung bei Nüssen nicht. Da sich die Angebotskurve der Nußschokolade nach oben verschiebt, steigt der Marktpreis bei sinkender Gleichgewichtsmenge. Dadurch reduziert sich die Nachfrage nach Kakao. Die Konsumenten wechseln teilweise zu weißer Schokolade über. Hier kommt es zu einer Rechtsverschiebung der Nachfragekurve mit steigendem Gleichgewichtspreis und zunehmender Menge.

Ergebnis

Markt	Ereignis
Nüsse	Steigerung des Gleichgewichtspreises.
Kakao	Verschiebung der Nachfragekurve nach unten. Reduktion des Gleichgewichtspreises. Reduktion der Gleichgewichtsmenge.
Nußschokolade	Verschiebung der Angebotskurve nach oben. Erhöhung des Gleichgewichtspreises. Reduktion der Gleichgewichtsmenge.
weiße Schokolade	Verschiebung der Nachfragekurve nach oben. Erhöhung des Gleichgewichtspreises. Erhöhung der Gleichgewichtsmenge.

❑

Wir erkennen an diesem Beispiel, wie sich die Preiserhöhung eines Vorproduktes im Markt auswirkt. Besonders drastisch sind die Folgen der Preisveränderungen grundlegender **Rohstoffe**, da sie praktisch alle Märkte erfassen. Die Verteuerung des **Erdöls** in den 70er Jahren führte zu Forderungen nach verstärkter Anwendung der Kernkraft (substitutives Gut bei der Stromgewinnung), und erfaßte über Brennstoffe, Chemikalien und Kunststoffe alle Güter der Volkswirtschaft in dem Maße, wie **Erdölfolgeprodukte** als Vorleistungen in die Produktion eingehen. Das gesamte Preisgefüge der Volkswirtschaften verschob sich.

6.3 Stabilität

Wenn sich ein einzelner Markt im Ungleichgewicht befindet, dann liegt entweder ein **Überangebot** oder eine **Übernachfrage** vor (vgl. Abb. 92, S. 131). Es könnte sich hierbei z.B. um einen Arbeits-, Wertpapier-, Investitions- oder Konsumgütermarkt handeln. Im Arbeitsmarkt beobachten wir seit Jahren ein Überangebot. Es liegt in der Logik der Partialbetrachtung (nur ein Markt), den Grund für das Überangebot in zu hohen Löhnen und Gehältern zu sehen. Hier muß aber eine **Warnung** ausgesprochen werden: Wenn wir die Wechselwirkungen in einem Gesamtsystem von Märkten berücksichtigen, dann können auch andere Gründe für ein Ungleichgewicht auf einzelnen Märkten angeführt werden. In der Makroökonomie werden volkswirtschaftliche Nachfrageausfälle und **Strukturkrisen**, ausgelöst z.B. durch einen rapiden **technologischen Wandel**, als Ursachen genannt.

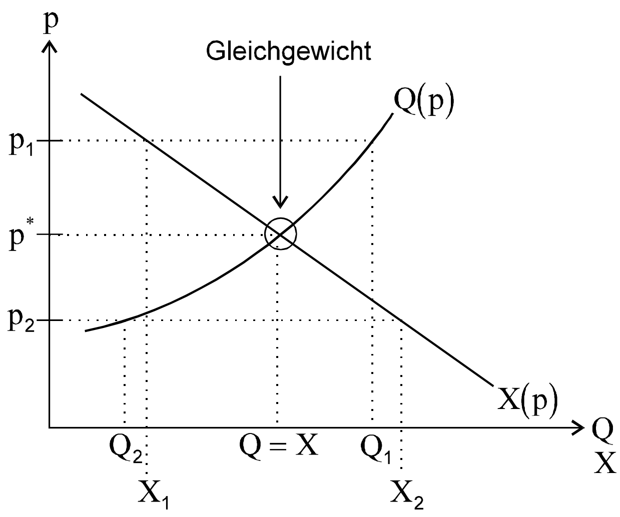


Abb. 92: Überangebot und Übernachfrage

Die Frage der Stabilität von Märkten besitzt eine große Bedeutung für die Wirtschafts- und Ordnungspolitik. Die **eine** (monetaristische) **Seite** behauptet die **inhärente Stabilität** des Marktsystems. Krisen würden durch das **Einwirken des Staates** ausgelöst, der fälschlich meint, Ungleichgewichte schneller beseitigen zu können, als dieses durch Freisetzung der Marktkräfte möglich wäre. Die **andere** (keynesianische) **Seite** meint, daß Rezession und Depression, Armut und Massenarbeitslosigkeit durch das Marktsystem verursacht würden und der Staat einzig in der Lage wäre, **stabilisierend einzugreifen**. Der Konflikt zwischen beiden Seiten läßt sich empirisch nicht klären, da keine reine freie Marktwirtschaft existiert, deren Verhalten beobachtet werden könnte. Sie bleibt ein **idealisierendes theoretisches Konstrukt**. Beide Seiten verfügen über **historische Beispiele** und **deduktiv-logische Modelle**, nach denen die Wirtschaftspolitik Krisen auslöst, andererseits aber auch wirksam bekämpft. Wir wollen diese Diskussion hier nicht führen und statt dessen den **Begriff** der Stabilität am Modell erläutern.

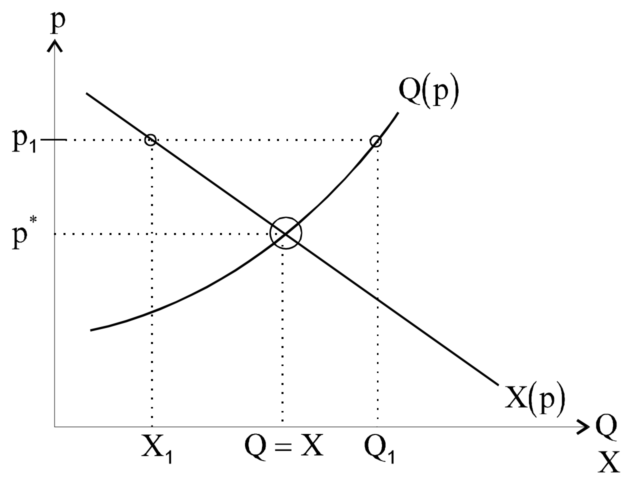


Abb. 93: Überangebot

Abbildung 93 zeigt eine Angebotsfunktion, die das Verhalten von Betrieben beschreibt und eine Nachfragefunktion der Konsumenten. Die Betriebe planen zum Preis p_1 ein höheres Angebot als die Konsumenten nachfragen. Wir stellen uns den Markt als **Auktion** vor. Der **Auktionator** erkennt, daß Angebot und Nachfrage nicht übereinstimmen, es herrscht ein Überangebot. Er ruft infolgedessen einen niedrigeren Preis aus. Noch immer besteht das Überangebot. Der Auktionator senkt den Preis solange, bis das geplante Angebot der geplanten Nachfrage entspricht. Erst jetzt kann im Modell getauscht und der **Markt geräumt** werden.

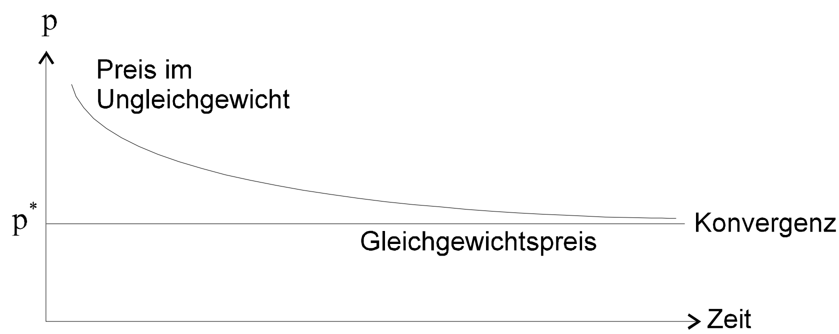


Abb. 94: Stabilitätsprozeß

Man versuchte, das **Auktionatormodell** auf das gesamte Marktsystem zu übertragen. Angenommen, n Märkte befinden sich im Ungleichgewicht. Gibt es eine Regel, nach der ein Auktionator den Preisvektor variieren müßte, um das gesamte System schrittweise in das **Allgemeine Gleichgewicht** zu führen? Welche Bedingungen muß ein in diesem Sinne stabiles Marktsystem erfüllen? Hierbei dürfen wir nicht vergessen, daß Preisanpassungen in einem Markt zu Ungleichgewichten in anderen Märkten führen können, da über die Kaufkraft, Substitutionalität und Komplementarität enge Systemzusammenhänge bestehen. Das Problem des Auktionatormodells konnte in den frühen 60er Jahren gelöst werden.

Das Auktionatormodell des Marktes stellt eine Möglichkeit dar, den Stabilitätsprozeß abzubilden. Zum eigentlichen Tausch kommt es hierbei erst im Gleichgewicht. Das Auktionatormodell befriedigt wegen seiner offensichtlich **unrealistischen Konstruktion** wenig. Die Akteure tauschen nicht erst, wenn Gleichgewicht herrscht, sondern bereits im Ungleichgewicht. Pläne werden umgesetzt, obwohl keine Informationen über die Mengen vorliegen, die letztlich den Markt räumen. Es kommt zu **Enttäuschungen** und **Revisionen der Pläne**. Konsumenten werden rationiert, sie erhalten plötzlich keine Ware mehr zum herrschenden Marktpreis. Spekulation setzt ein und Preise vollziehen große Sprünge.

Das **Cobweb-Modell** (Spinnetzmodell) zeigt die Bedeutung, die der Tausch im Ungleichgewicht für den Stabilitätsprozeß besitzt.

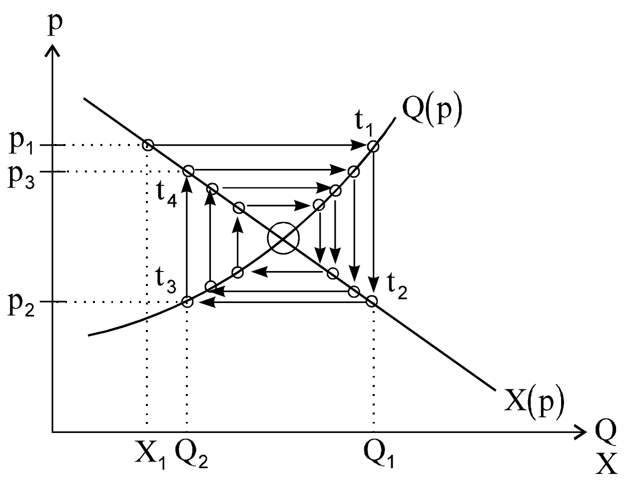


Abb. 95: Gedämpfte Schwingung

Wir erläutern das Modell an einem **Beispiel** (vgl. Abb. 95):

In der Ausgangssituation (**Zeitpunkt** t_1) herrscht der Preis p_1. Das Angebot der Unternehmen beträgt Q_1 und übersteigt die nachgefragte Menge. Da die Lager voll und die Absatzerwartungen schlecht sind, reduzieren die Unternehmen den

Preis, bis sich der gesamte angehäufte Warenbestand verkaufen läßt (**Zeitpunkt** t_2). Der Preis sinkt bis auf p_2 ab, da Konsumenten zu diesem Preis die Menge Q_1 nachfragen. Die Unternehmen besitzen träge Erwartungen: Sie sehen den herrschenden Marktpreis und bauen ihre Planung hierauf auf. Deshalb reduzieren sie jetzt ihre Produktion bis auf Q_2. Wird die Menge Q_2 zum Preis p_2 angeboten, kann die gesamte Nachfrage nicht befriedigt werden (**Zeitpunkt** t_3). Konsumenten treiben den Preis hoch bis beim Preis p_3 die Nachfrage dem verfügbaren Warenangebot entspricht (**Zeitpunkt** t_4). Die Unternehmen wiederum, erfreut über den hohen Marktpreis, weiten ihre Produktion aus und rutschen in das nächste Überangebot hinein, bei dem der Preis wieder absackt.

Mit diesem einfachen Modell läßt sich ein **oszillierender Prozeß** beschreiben. Die Preise und das Angebot springen hin und her. Je nach Lage der Angebots- und Nachfragekurven liegt eine gedämpfte (**Konvergenz**) oder eine explodierende Schwingung (**Divergenz**) vor. Die Betriebe und privaten Haushalte handeln auf der Grundlage ihrer Erwartungen, wobei sich diese stets am bestehenden Zustand ausrichten. Das Modell erlaubt Einsichten in die Entstehung volkswirtschaftlicher Zyklen mit einem Wechsel von **Rezession** und **überhitzter Konjunktur**. Wenn wir annehmen, daß Individuen die Regeln des Marktes im Laufe der Zeit **lernen** und verstehen, dann kann auch ein anfänglicher explodierender Zyklus nach einigen Runden in einen konvergenten Prozeß übergehen. Die Erwartungsbildung wird dann komplexer (**rationale Erwartungen**).

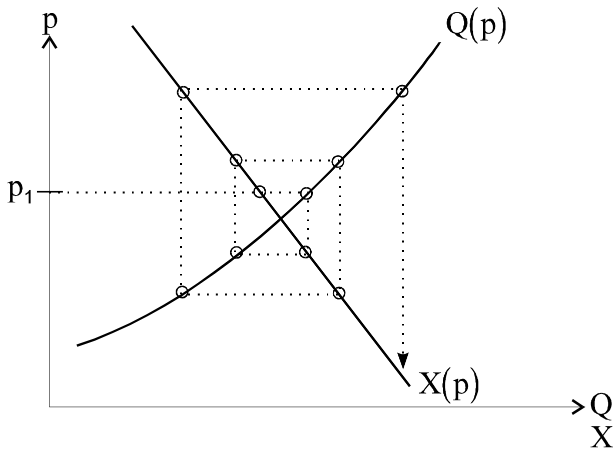


Abb. 96: explodierende Schwingung

6.4 Mindest- und Höchstpreise

Staatliche Eingriffe in den **Preismechanismus** durch Festsetzung von Höchst-, Mindest- oder Fixpreisen stören den Stabilitätsprozeß der Märkte. Für **Mieten** setzt man Obergrenzen (Höchstpreise), die Marktordnungen der Europäischen Union für **landwirtschaftliche Produkte** verwenden in großem Stile Mindestpreise und manche Länder setzen die Wechselkurse zwischen ihrer Währung und den ausländischen Währungen fest (Fixpreise). Abbildung 97 zeigt die Wirkung eines Höchstpreises für Wohnungsmieten, der unter der Gleichgewichtsmiete liegt. Es kommt zu einem Unterangebot von Mietwohnungen. Die Mietinteressenten werden durch den Markt **rationiert**. In der Folge entwikkelt sich häufig ein **Wohnungsschwarzmarkt**, in dem unter der Hand an Vermieter und Vermittler von den Wohnungssuchenden regelwidrige Zusatzzahlungen geleistet werden müssen. Dieser Markt ist unübersichtlich und verringert die Chancen für Wohnungssuchende, die über keine **Insiderinformationen** und **-beziehungen** verfügen. Ein Höchstpreis für Wohnungsmieten unterhalb des Gleichgewichtspreises wird deshalb durch staatliche **Wohnungsbauprogramme** begleitet, um den Wohnungsfehlbestand und Auswüchse des Schwarzmarktes zu verringern.

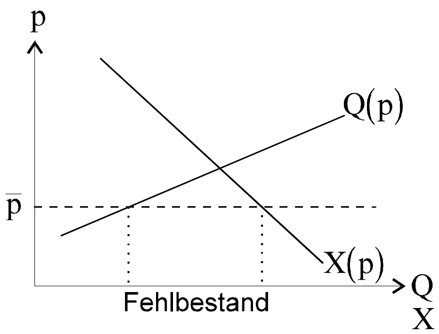


Abb. 97: Wohnungsmarkt und Höchstpreis

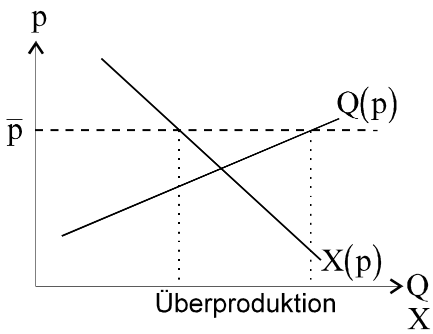


Abb. 98: EU-Marktordnung und Mindestpreis

In Abbildung 98 zeigen wir die Situation eines Mindestpreises, der über dem Gleichgewichtspreis liegt. In der Landwirtschaftsordnung der Europäischen Union kommt es hierdurch zu einer **Überproduktion** und einem **Überangebot**. Auch hier würde sich ein Schwarzmarkt entwickeln, auf dem Landwirte ihre Erzeugnisse zu geringeren Preisen an die privaten Haushalte abgeben. Doch ergänzt die EU- Kommission den Mindestpreis für viele Produkte durch eine **Abnahmegarantie**. Die aufgekauften Waren verstaut man zu hohen Kosten in Lager- und Kühlhäuser der EU, und verkauft sie in Sonderaktionen zu subventionierten Preisen im Weltmarkt. Außerdem gibt man an Landwirte Exportbeihilfen, damit sie auch direkt ihre Überschüsse zu dem niedrigeren Weltmarktpreisniveau exportieren können. Auf Importe in die EU sind Zölle zu zahlen, damit das Binnenpreisgefüge nicht durch den billigeren Weltmarkt ins Rutschen gerät.

Auch in der **Kohleproduktion** kannten wir eine Preisfestsetzung mit vereinbarten Abnahmemengen und der stützenden Abschottung vom Kohleweltmarkt.

Festkurse für **Währungen** funktionieren entweder als Höchstpreise oder als Mindestpreise mit den entsprechenden Konsequenzen für die Bildung von Schwarzmärkten und der Förderung illegaler Transaktionen.

6.5 Aufgaben zum 6. Kapitel

(1.) Finden Sie eine Begründung für den folgenden Satz:

„Ein Markt befindet sich ex post immer in einem Gleichgewicht."

(2.) Definieren Sie das totale Gleichgewicht mit Hilfe von Nettoangebotsfunktionen.

(3.) Begründen Sie das Saysche Gesetz.

(4.) Beschreiben Sie den Stabilitätsprozeß des Marktsystems mit Hilfe des Auktionatorbildes.

(5.) Das nachfolgende Diagramm stellt die Ausgangssituation eines Stabilitätsprozesses dar. Der Markt verhält sich entsprechend dem Cobweb-Modell. Divergiert oder konvergiert der Marktpreis? Begründen Sie Ihre Vermutung.

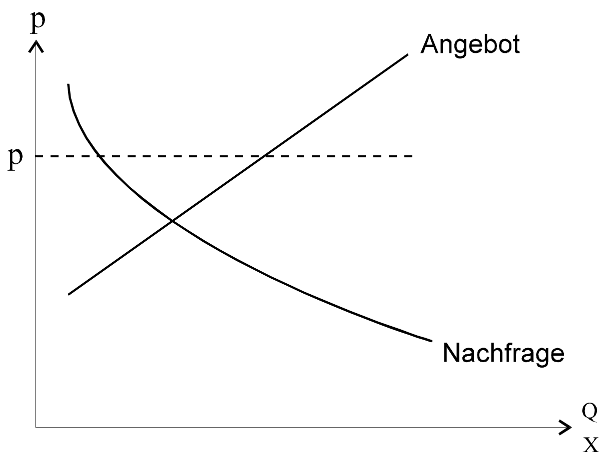


Abb. 99: Ausgangssituation

(6.) Erläutern Sie die Entstehung eines Schwarzmarktes durch Preisfestsetzung.

Überprüfen Sie die folgenden Stichworte (Quelle: Gablers Wirtschaftslexikon)

•Allgemeine Gleichgewichtstheorie •dynamische Analyse •Debreu,G. •Geldfunktionen •komparativ-statische Analyse •Koordination •Kreislaufanalyse •Partialanalyse •Preis •Totalanalyse •Saysches Theorem •Schwarzhandel •Spinnwebtheorem •System •Tatonnement •Überschußnachfrage •Ungleichgewichtstheorien •Walras, L.

7 Unvollkommener Wettbewerb

In **polypolistischen** Märkten können Anbieter und Nachfrager keinen Einfluß auf die Preise ausüben, da ihre Mengen zu klein sind. Die Akteure reagieren vielmehr auf die Marktpreise durch Mengenentscheidungen. Das Verhalten der Akteure beschreiben wir durch wohlgeformte Angebots- und Nachfragefunktionen. Der Markt verhält sich, als steuerte ihn ein Auktionator. Die **„unsichtbare Hand“** (**A. Smith**) verändert die Preise in kleinen Schritten, bis ein Gleichgewicht gefunden ist. Wenn jedoch die Mengenreaktionen schnell erfolgen und Unternehmen und private Haushalte im Ungleichgewicht tauschen, paßt das Auktionatormodell nicht mehr zur Beschreibung der Ereignisse in unserem Marktsystem. Es kann zu großen **Oszillationen** der Preise und Mengen kommen. Durch den Wechsel von Erwartungen und Enttäuschungen lernen die Akteure, sich mit ihren Mengenreaktionen zurückzuhalten. Hierdurch verringern sich die Schwankungen, so daß ein schrittweiser Prozeß in das Gleichgewicht möglich erscheint.

Doch wie relevant ist überhaupt die Annahme eines polypolistischen Wettbewerbs? Niemand bestreitet heute die zunehmende **Wirtschaftskonzentration** in den Industrieländern. Allerdings ist die Gleichsetzung von Konzentration und Macht umstritten. Während die einen sagen, daß sich Strukturen der nationalen und internationalen Wirtschaftsmacht verfestigt haben und einen erheblichen Einfluß der Geschäftsführer und Gesellschafter privater Unternehmen auf die Politik ermöglichen, meinen die anderen, daß Verhaltensweisen konzentrierter Märkte nicht wesentlich von den Regeln des vollkommenen Wettbewerbs abweichen. Sie unterstellen hierbei, daß **potentielle Wettbewerber**, die jederzeit bereit sind, bei Gewinnchancen in den Markt einzutreten, genügend Wettbewerbsdruck auf Monopole und Oligopole erzeugen. Durch potentielle Konkurrenten kommt es zu einer Kontrolle der Macht (**„contestable markets“**).

In diesem Kapitel gehen wir zunächst auf Möglichkeiten ein, die wirtschaftliche Konzentration zu **messen**. Dann beschäftigen wir uns mit dem Verhalten von **Angebotsmonopolen** bei undifferenzierter und differenzierter Strategie. Das **Cournot-Duopol** stellt einen wichtigen Grundstein der Spieltheorie dar. Wir werden am Beispiel dieses Oligopolmodells Reaktionsfunktionen herleiten. Zum Schluß betrachten wir verschiedene **strategische Verhaltensweisen** von großen Unternehmen und die Konsequenzen für den Marktpreis. Eine Diskussion der Frage des **Marktzutritts** schließt das Kapitel ab.

7.1 Konzentration in Märkten

Die häufig geringe Anzahl der juristisch selbständigen Produzenten in einzelnen Märkten Deutschlands weist auf eine hohe **Konzentration der Wirtschaftsmacht** hin. Abbildung 100, S. 140 stellt die Konzentration ausgewählter Märkte dar. Anbieter im Sinne der Abbildung 100 sind inländische Produzenten eines Produktes oder einer Produktgruppe. Nicht berücksichtigt ist die teilweise enge **Verflechtung des Kapitals** in der Industrie. Die Anzahl der **ökonomisch** selbständigen Anbieter unterschreitet die der juristisch selbständigen zumeist erheblich.

Die Statistik berücksichtigt nicht die Anzahl und **Produktionswerte ausländischer Anbieter**. Bei einem freien Außenhandel zeigen nicht die nationalen, sondern die globalen Marktanteile, die einzelne Anbieter halten, ihren Einfluß. Ein **freier Außenhandel** erlaubt es in- und ausländischen Unternehmen, Waren weltweit zu vertreiben. Er trägt damit wesentlich zur Steigerung der Konkurrenz und der Verringerung der ökonomischen Machtkonzentration in den einzelnen Ländern bei.

Institutionelle Barrieren des Außenhandels führen schnell zu nationalen wirtschaftlichen Machtkonzentrationen, die dann den Ruf nach gesellschaftlicher (Mitarbeiter, Gewerkschaften) oder staatlicher Kontrolle nach sich ziehen. Seit 1948 gelang es in den **GATT** Verhandlungen, die Zölle drastisch zu senken (vgl. Abb. 101, S. 141) und auch die **nicht-tariffären Handelshemmnisse** wirksam einzugrenzen. Dadurch verringern sich die Möglichkeiten einzelner Staaten, ihre Wirtschaft gegen die internationale Konkurrenz abzuschotten. Den hierdurch ausgelösten positiven Wettbewerbseffekt gefährden allerdings **multinationale Unternehmenszusammenschlüsse**. Dieses sind internationale Kapitalverflechtungen, die einer einheitlichen Lenkung unterliegen. Sie sind in vielen verschiedenen Rechtssystemen Zuhause, produzieren an unterschiedlichen Orten in der Welt und können ihre Unternehmenszentralen von einem Land in das nächste verlegen. Multinationale Unternehmen lassen sich nicht mehr durch einzelne Staaten kontrollieren.

Beutel, Tragetaschen, Säcke aus Kunststoff				Anteil der X größten Anbieter am Produktionswert der Branche			
Jahr	Anbieter Anzahl	Produktion Mrd. DM	Herfindahl-Index	3	6	10	25
1978	135	1,036	27,710	23,5	30,8	38,6	58,0
1991	144	2,002	18,417	15,4	23,9	31,8	52,2

Flaschen aus Kunststoff				Anteil der X größten Anbieter am Produktionswert der Branche			
Jahr	Anbieter Anzahl	Produktion Mrd. DM	Herfindahl-Index	3	6	10	25
1978	48	0,437	65,740	35,2	55,3	69,7	93,1
1991	52	1,064	66,200	35,9	51,7	65,7	90,0

Margarine, Platten- und andere Nahrungsfette (ohne Butter, Milchhalbfett, Talg und Schmalz)				Anteil der X größten Anbieter am Produktionswert der Branche			
Jahr	Anbieter Anzahl	Produktion Mrd. DM	Herfindahl-Index	3	6	10	25
1978	19	1,717	381,500	79,3	90,5	95,0	-
1991	14	1,949	347,999	77,6	91,6	98,8	-

Süßwaren				Anteil der X größten Anbieter am Produktionswert der Branche			
Jahr	Anbieter Anzahl	Produktion Mrd. DM	Herfindahl-Index	3	6	10	25
1978	249	7,980	35,560	25,1	36,8	48,0	71,9
1991	258	14,137	32,095	21,6	35,8	49,3	70,3

Elektrische Haushaltswaschmaschinen und -geräte				Anteil der X größten Anbieter am Produktionswert der Branche			
Jahr	Anbieter Anzahl	Produktion Mrd. DM	Herfindahl-Index	3	6	10	25
1978	35	1,987	177,470	68,7	88,3	96,7	100
1991	20	4,184	248,908	82,2	96,2	98,7	-

Elektrische Leuchten (ohne Fahrzeugleuchten)				Anteil der X größten Anbieter am Produktionswert der Branche			
Jahr	Anbieter Anzahl	Produktion Mrd. DM	Herfindahl-Index	3	6	10	25
1978	296	2,152	16,560	14,7	23,6	32,2	50,0
1991	296	4,833	22,009	18,8	28,1	36,6	56,1

Abb. 100: Konzentration in ausgewählten Märkten (Quelle: Monopolkommission/Köln, 1994)

Wirtschaftsmacht erkennt man an den Unternehmensgewinnen, die den normalen Gewinn eines polypolistischen Marktes übersteigen. Der normale Gewinn eines polypolistischen Marktes entspricht dem Zins auf sichere Kapitalanlagen zuzüglich einer Risikoprämie für das unternehmerische Risiko. In konzentrierten Märkten kommt noch ein weiterer Gewinnbestandteil hinzu, der auf die Fähigkeit zurückzuführen ist, den Marktpreis zu beeinflussen. Dieser **Extragewinn** übt einen Anreiz für Investoren aus, sich in konzentrierten Märkten Zutritt zu verschaffen und Unternehmen zu gründen. Je größer der Extragewinn, desto stärker ist der Investitionsanreiz für potentielle Wettbewerber. Dieser Kapitalzufluß oder bereits dessen Möglichkeit beschränkt die Ausübung der Wirtschaftsmacht großer Unternehmen.

Verhandlungen	**Jahr**	**Beteiligte Länder**
Genf-Runde	1947	23
Annecy-Runde	1949	33
Torquay-Runde	1950	34
Genf-Runde	1956	22
Dillon-Runde	1960-1961	45
Kennedy-Runde	1962-1967	48
Tokyo-Runde	1973-1979	99
Uruguay-Runde	1986-1995	107

Abb. 101: GATT-Verhandlungsrunden

7.1.1 Lorenzkurve und Gini-Koeffizient

Mit der **Lorenzkurve** läßt sich die wirtschaftliche Konzentration anschaulich darstellen. Hierbei reiht man zunächst die Anbieter eines Marktes nach ihrem Umsatz auf, beginnend mit dem größten Anbieter, und ermittelt den Gesamtumsatz im Markt. Es lassen sich dann die prozentualen Umsatzanteile von x-Prozent Anbietern errechnen. 100% der Anbieter vereinigen 100% des Umsatzes auf sich. Aber welchen Umsatzanteil können 5%, 10%, 15%, 20% der Anbieter auf sich vereinigen? Die Lorenzkurve gestattet Aussagen der Art: x% der Anbieter erwirtschaften y% des Umsatzes im Markt.

Beispiel zur Lorenzkurve

Problem

Die Konzentrationen der Anbieter in den Märkten für die Produkte P_I, P_{II}, P_{III} und P_{IV} seien durch die Lorenzkurven in der Abbildung 102 beschrieben. Wie können wir die Kurve interpretieren?

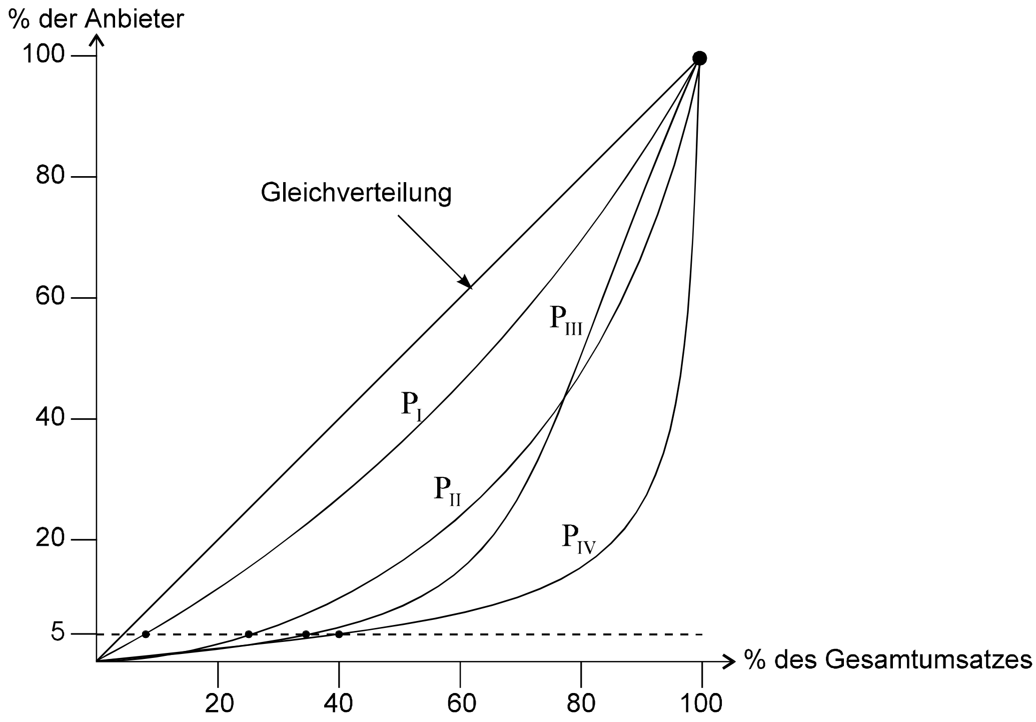


Abb. 102: Lorenzkurven

Lösung

Ziehen wir den **Längsschnitt** im P_{III} -Markt, dann können wir feststellen:

5% aller Anbieter von P_{III} erzielen ca. 35% des Gesamtumsatzes,

10% aller Anbieter von P_{III} erzielen ca. 55% des Gesamtumsatzes,

20% aller Anbieter von P_{III} erzielen ca. 65% des Gesamtumsatzes,

30% aller Anbieter von P_{III} erzielen ca. 70% des Gesamtumsatzes.

Betrachten wir hingegen den **Querschnitt** bei der 5% Marke, kommen wir zu folgenden Aussagen:

5% aller Anbieter im P_I-Markt erzielen ca. 7% des Gesamtumsatzes.

5% aller Anbieter im P_{II}-Markt erzielen ca. 25% des Gesamtumsatzes.

5% aller Anbieter im P_{III}-Markt erzielen ca. 35% des Gesamtumsatzes.

5% aller Anbieter im P_{IV}-Markt erzielen ca. 40% des Gesamtumsatzes

❑

Wenn sich Lorenzkurven verschiedener Produkte schneiden, können wir die Marktkonzentrationen nur schwer interpretieren (siehe P_{II}-Markt und P_{III}-Markt in Abb. 102, S. 142). Denn links von dem Schnittpunkt ergibt sich für Produkt P_{III} eine größere Konzentration als für P_{II}. Rechts des Schnittpunktes ist es genau umgekehrt. Hier besitzt P_{III} eine geringere Konzentration als P_{II}.

Mit der Berechnung des sogenannten Gini-Koeffizienten **G** erhält man eine Maßzahl der Konzentration aus der Lorenzkurve. Den Gini-Koeffizient berechnet man aus dem Quotient der schraffierten Fläche in Abbildung 103 und der Dreiecksfläche unter der Gleichverteilungslinie, deren Wert immer 0,5 beträgt. Eine vollkommene Gleichverteilung der Umsätze entspricht einem Gini-Koeffizient von Null. Das andere Extrem, ein Anbieter deckt den gesamten Markt ab, führt zu einem Koeffizienten von Eins, da die schraffierte Fläche der Dreiecksfläche gleicht.

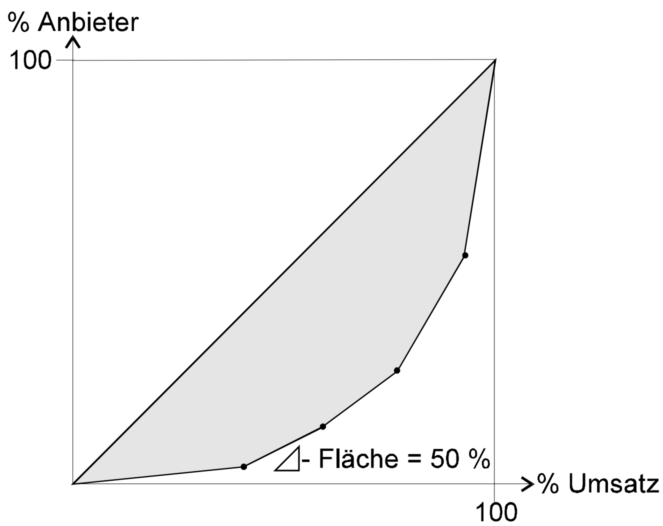


Abb. 103: Gini-Koeffizient

Beispiel: Berechnung des Gini-Koeffizienten

Problem

Der Produktpreis beträgt $p = 1$. Die Verteilungen der Umsätze in einem Markt lauten folgendermaßen:

1. Fall		2. Fall		3. Fall	
Anzahl der Anbieter	Umsatz je Anbieter	Anzahl der Anbieter	Umsatz je Anbieter	Anzahl der Anbieter	Umsatz je Anbieter
5	16	5	17	5	16
5	2	5	2	5	4
10	1	10	0,5	-	-

Der zweite Fall unterscheidet sich von dem ersten dadurch, daß die kleinen Anbieter Umsatzanteile an die größten abgegeben haben. Die Konzentration nimmt hierdurch im Markt zu, was auch das Konzentrationsmaß widerspiegeln sollte. Im dritten Fall sind die kleinsten Anbieter ganz vom Markt verschwunden. Ihre Umsätze konnten sich die mittleren Anbieter einverleiben.

Der Gini-Koeffizient soll für alle drei Fälle berechnet werden.

Lösungsansatz

Wir berechnen zunächst die Prozentsätze und zeichnen die drei Lorenzkurven.

1. Fall		2. Fall		3. Fall	
% Anbieter	% Umsatz	% Anbieter	% Umsatz	% Anbieter	% Umsatz
25	80	25	85	50	80
25	10	25	10	50	20
50	10	50	5	-	-

Dann ermitteln wir die schraffierten Flächen:

1. Fall

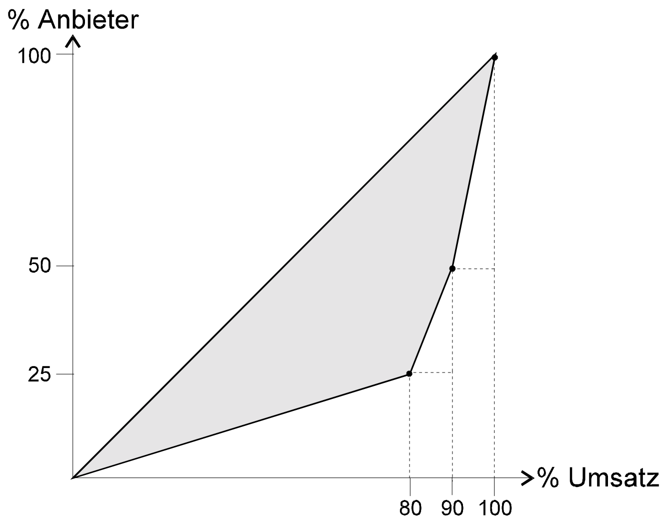


Abb. 104: Lorenzkurve im 1. Fall

$$\mathbf{G}_1 \qquad = \frac{1}{0{,}5}\cdot\left[0{,}5-\frac{0{,}25\cdot 0{,}8}{2}-\frac{(0{,}25+0{,}5)\cdot 0{,}1}{2}-\frac{(0{,}5+1{,}0)\cdot 0{,}1}{2}\right]$$

2. Fall

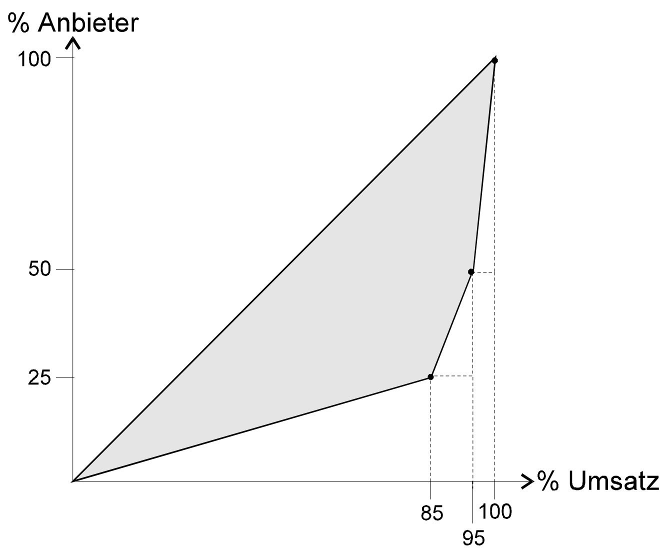


Abb. 105: Lorenzkurve im 2. Fall

$$\mathbf{G}_2 \quad = \frac{1}{0,5} \cdot \left[0,5 - \frac{0,25 \cdot 0,85}{2} - \frac{(0,25+0,5) \cdot 0,1}{2} - \frac{(0,5+1,0) \cdot 0,05}{2} \right]$$

3. Fall

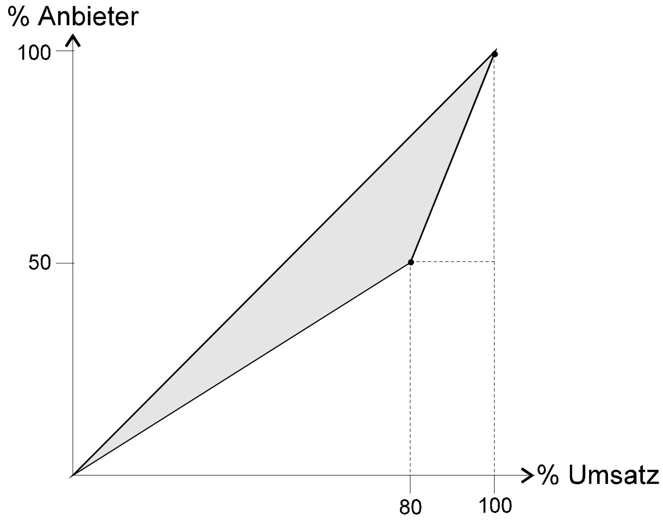


Abb. 106: Lorenzkurve im 3. Fall

$$\mathbf{G}_3 \quad = \frac{1}{0,5} \cdot \left[0,5 - \frac{0,5 \cdot 0,8}{2} - \frac{(0,5+1,0) \cdot 0,2}{2} \right]$$

Die schraffierten Flächen relativ zur Dreiecksfläche ergeben den jeweiligen Gini-Koeffizienten.

Lösung

Die Gini-Koeffizienten für die drei Fälle lauten $\mathbf{G}_1$ = 0,575, $\mathbf{G}_2$ = 0,6375 und $\mathbf{G}_3$ = 0,3. Wir erkennen, daß dieses Konzentrationsmaß im dritten Fall relativ zum 1. Fall ein unbefriedigendes Ergebnis liefert. Kleine Anbieter verschwanden vom Markt, gaben ihre Umsätze an größere ab und das Konzentrationsmaß fällt. Der Gini-Koeffizient ist deshalb problematisch.

❑

7.1.2 Herfindahlsches Konzentrationsmaß

Das Herfindahlsche Maß **H** ist ein häufig vorkommender Index zur Messung der Konzentration. Es verwendet die **Absatzmengen** q_j der einzelnen Anbieter j, und das **Marktvolumen** Q. Hieraus kann man die **Marktanteile** s_j der Anbieter bestimmen:

$$s_j = \frac{q_j}{Q} \qquad j = 1 \ldots n \text{ (Anbieter)}$$

Durch Quadrierung der Marktanteile erreichen wir eine **Gewichtung**: Anbieter mit einem hohen Marktanteil werden überproportional bewertet. Dann summieren wir die Quadrate der Marktanteile auf:

$$\mathbf{H} = \sum_{j}^{n} s_j^2 = \sum_{j=1}^{n} \frac{q_j^2}{Q^2} = \frac{\sum_{j=1}^{n} q_j^2}{Q^2}$$

Bei vollkommener Gleichverteilung der Absatzmengen (Polypol) lautet der Zähler $n \cdot q^2$ und der Nenner $n^2 \cdot q^2$. Der Quotient ergibt dann $1/n$. Im Polypol mit $n \to \infty$ beträgt deshalb $\mathbf{H} = 0$. Bei einem Monopol mit $n = 1$ wird auch **H** zu Eins:

$$0 \leq \mathbf{H} < 1$$

Das Herfindahlsche Maß für die drei in Abschnitt 7.1.1 behandelten Fälle zeigt Abbildung 107. Aus praktischen Gründen multipliziert man die Werte häufig mit dem Faktor 10.000 (vgl. Abb. 100, S. 140).

1. Fall		2. Fall		3. Fall	
Anzahl der Anbieter	Umsatz je Anbieter $(p = 1)$	Anzahl der Anbieter	Umsatz je Anbieter $(p = 1)$	Anzahl der Anbieter	Umsatz je Anbieter $(p = 1)$
5	16	5	17	5	16
5	2	5	2	5	4
10	1	10	0,5	-	-
G = 0,575		**G** = 0,6375		**G** = 0,3	
H = 0,131		**H** = 0,1468		**H** = 0,136	

Abb. 107: Gini-Koeffizient und Herfindahlscher Index

Wir erkennen, daß **H** im dritten Fall Ergebnisse liefert, die wir relativ zum 1. Fall im Sinne einer Zunahme der Konzentration interpretieren können. Bei **G** ist dies nicht möglich.

7.2 Monopol

Wir gehen von einem Markt mit **nur einem Anbieter** und vielen Nachfragern aus. Wie auch schon beim Polypolmodell nehmen wir eine vollkommene Informationsmenge mit symmetrisch verteilten und sicheren Informationen an. Die Nachfrager stehen in polypolistischer Konkurrenz zueinander. Ihr Verhalten können wir in herkömmlicher Weise durch eine aggregierte **Nachfragefunktion** beschreiben. Da auf der Anbieterseite aber nur ein Unternehmen vorhanden ist, existiert hier **keine Angebotsfunktion** eines Wettbewerbsmarktes.

Wir verwenden den Gewinn als Zielgröße des Monopols, müssen aber gegenüber dem Polypol jetzt berücksichtigen, daß der Monopolist über seine Angebotsmenge einen **Einfluß auf den Marktpreis** ausüben kann. Er kann den Marktpreis aber keineswegs frei setzen. Die Nachfragefunktion beschränkt ihn in seiner Wahl. Zu jeder angebotenen Menge gehört ein Preis, zu dem die privaten Haushalte eine bestimmte Menge kaufen. Steigt der Preis, wechseln Konsumenten mit ihrer Nachfrage auf zusätzliche Mengen substitutiver Produkte. Dadurch reduziert sich die abgesetzte Menge des Monopols bei steigendem Preis.

Unter Verwendung der bereits bekannten Symbole lautet die **Zielfunktion**:

$$\underset{Q}{\mathrm{Max}}\,\Pi(Q) \qquad = p(Q)\cdot Q - K(Q)$$

Wir wählen für die Angebotsmenge des Monopolisten das große Q, da es sich hierbei um das gesamte Marktvolumen handelt. Außerdem gehen wir von der Gleichgewichtsannahme $Q(p) = X(p)$ aus: Der Preis regelt sich so ein, daß die angebotene Menge auch abgesetzt werden kann. Wir nennen die Umkehrfunktion $p(Q)$ die **Preis-Absatzfunktion** des Monopolisten, da dieser über die Wahl einer Absatzmenge Q den Marktpreis p bestimmt, zu dem die privaten Haushalt die Menge $X(p)$ nachfragen.

Um die **Bedingungen für das Gewinnmaximum** des Monopolisten zu finden, leiten wir die Gewinnfunktion ab:

$$\Pi'(Q) \qquad = \overset{(-)}{\frac{dp(Q)}{dQ}} \cdot \overset{(+)}{Q} + \overset{(+)}{p(Q)} - K'(Q) \quad = 0$$

$\frac{dp(Q)}{dQ}$ besitzt normalerweise einen negativen Wert, da der Marktpreis sinkt, wenn die Absatzmenge zunimmt. Ohne weitere Prüfung unterstellen wir wie bisher, daß die Bedingung 2. Ordnung für das Gewinnmaximum erfüllt ist.

$$\Pi''(Q) < 0$$

Wir wollen uns jetzt die Bedingung erster Ordnung des Gewinnmaximums genauer ansehen. Die Ableitung der **Erlösfunktion** $E(Q) = p(Q) \cdot Q$ bezeichnet man als **Grenzerlös**:

$$E'(Q) \quad = \frac{dp(Q)}{dQ} \cdot Q + p(Q)$$

Er beschreibt den zusätzlichen Erlös eines Betriebes, wenn dieser ein weiteres Stück verkauft. Beim polypolistischen Betrieb bestand der Grenzerlös aus dem konstanten und positiven Marktreis p des Produktes. Jetzt nimmt der Grenzerlös verschiedene positive und negative Werte an. Wir verdeutlichen dieses durch ein Beispiel.

Beispiel:

Ein Betrieb plant den Verkauf von 1000 Stück à 6,- DM. Die Verkaufsabteilung geht davon aus, daß ein zusätzliches Stück den Marktpreis um 20 Pfennig auf DM 5,80 reduziert. Zu diesem Preis wären dann alle 1001 Stück abzusetzen. Der gesamte Verkaufserlös würde sich durch dieses zusätzliche Stück um DM 194,20 verringern:

$$\underset{\frac{dp(Q)}{dQ}}{\underset{\uparrow}{-0{,}2\ \text{DM}}} \cdot \underset{Q}{\underset{\uparrow}{1000\ \text{Stk}}} + \underset{p(Q)}{\underset{\uparrow}{5{,}80\ \text{DM}}} \qquad = -194{,}20\ \text{DM}$$

Mit einem zweiten Beispiel verdeutlichen wir den Verlauf des Grenzerlöses beim Monopol.

Beispiel:

Die Preis-Absatzfunktion lautet $p(Q) = 5 - Q$. Daraus können wir die Erlös- und die Grenzerlösfunktion ableiten und graphisch darstellen:

$$E(Q) = (5 - Q) \cdot Q = 5 \cdot Q - Q^2$$

$$E'(Q) = \frac{dp(Q)}{dQ} \cdot Q + p(Q) = -1 \cdot Q + (5 - Q)$$

$$E'(Q) = 5 - 2 \cdot Q$$

Im Beispiel wird deutlich, daß die Grenzerlösfunktion das **doppelte Gefälle** der linearen Preis-Absatzfunktion besitzt (vgl. Abb. 108).

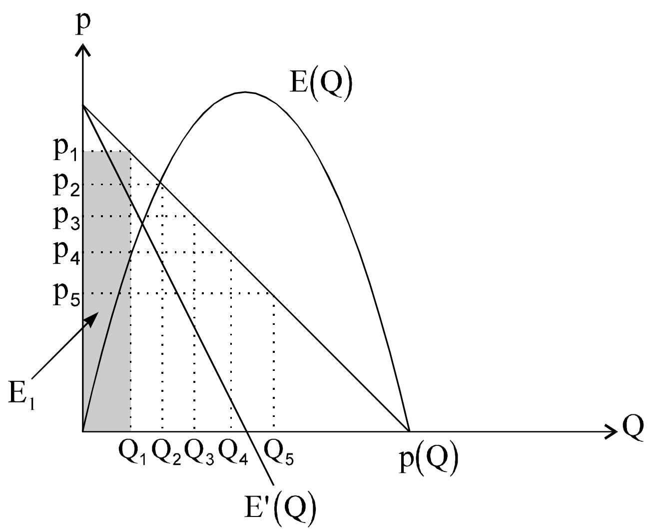


Abb. 108: Grenzerlös

Wir wollen jetzt den **Gewinn des Monopols** in ein Diagramm einzeichnen und nehmen hierzu an, daß die Gesamtkostenfunktion **linear** verläuft (vgl. Abb. 109). Zur Bestimmung der gewinnmaximalen Menge Q^* benötigen wir die Bedingung erster Ordnung:

$$\frac{dp\left(Q^*\right)}{dQ} \cdot Q^* + p\left(Q^*\right) \quad = K'\left(Q^*\right)$$

Für die Menge Q^* gilt also, daß hier der Grenzerlös den Grenzkosten gleicht. Graphisch bedeutet dies, daß sich an der Stelle Q^* die Grenzerlös- und Grenzkostenkurve schneiden (vgl. Abb. 110). Den Marktpreis p^*, zu dem sich die Menge Q^* verkaufen läßt, erhält man, indem man von Q^* auf der Senkrechten zur Preis-Absatzfunktion läuft und dann entlang der Waagerechten zur Ordinate. Der Gewinn ergibt sich aus der optimalen Menge Q^*, die wir mit der Differenz aus Preis und dazugehörigen Stückkosten multiplizieren (zum Deckungsbeitrag DB vgl. Abschnitt 4.5, S. 70).

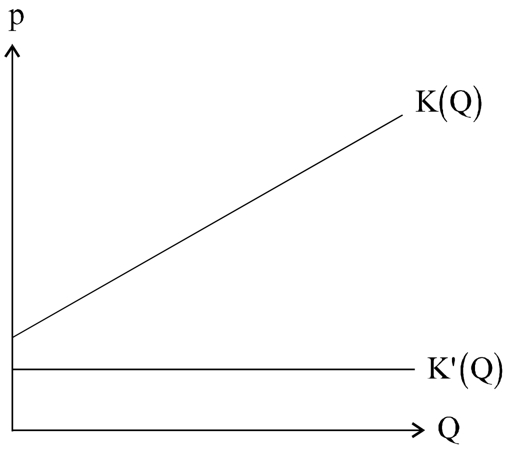


Abb. 109: Lineare Gesamtkostenkurve

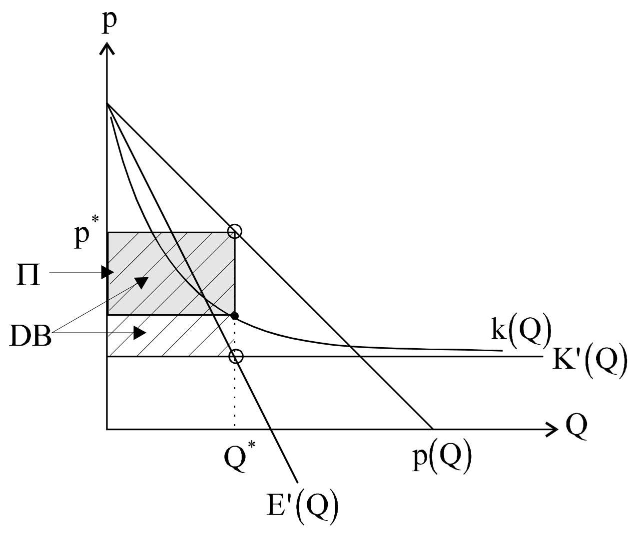


Abb. 110: Monopolgewinn

Für den Fall einer **S-förmigen Gesamtkostenfunktion** ergibt sich eine analoge graphische Darstellung des Gewinns und des Deckungsbeitrags:

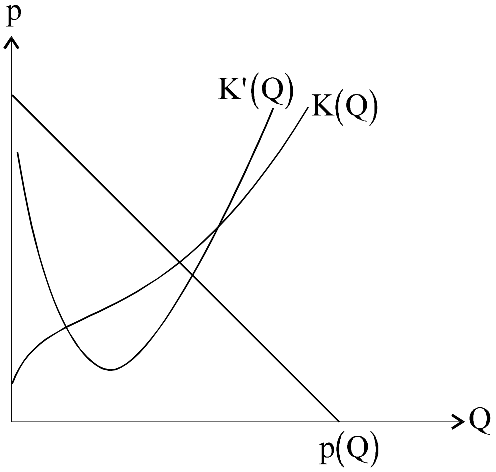


Abb. 111: nicht-lineare Gesamtkostenkurve

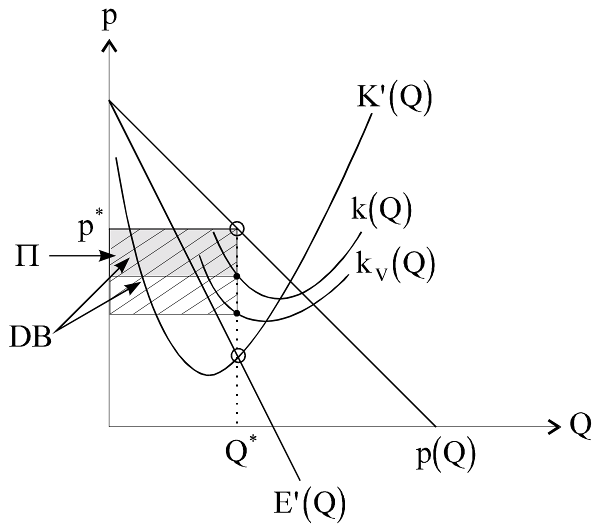


Abb. 112: Monopolgewinn

7.2.1 Grenzerlös und Elastizität

Wir können nun den Verlauf des Grenzerlöses mit Hilfe der Preiselastizität der Nachfrage interpretieren.

Wir **erweitern** hierzu die Grenzerlösfunktion und formen sie um:

$$E'(Q) = \frac{dp(Q)}{dQ} \cdot Q + p(Q) \qquad \Big| \cdot \frac{p(Q)}{p(Q)}$$

$$E'(Q) = \frac{dp(Q)}{dQ} \cdot \frac{Q}{p(Q)} \cdot p(Q) + p(Q)$$

Jetzt rufen wir uns die Definition der **Eigenelastizität** in Erinnerung.

$$e = \left| \frac{\frac{dQ}{Q}}{\frac{dp}{p}} \right| = \left| \frac{dQ}{dp} \cdot \frac{p}{Q} \right|$$

Da $\frac{dp(Q)}{dQ}$ kleiner Null ist und wir die Elastizität aber als positive Zahl definiert haben, müssen wir bei der Substitution von $\frac{dp}{dQ} \cdot \frac{Q}{p}$ durch $\frac{1}{e}$ in der Grenzerlösfunktion ein **Minuszeichen** einfügen:

$$E'(Q) \overset{\Downarrow}{=} -\frac{1}{e} \cdot p(Q) + p(Q)$$

$$= p(Q) \cdot \left(1 - \frac{1}{e}\right)$$

Jetzt haben wir unser Ziel erreicht und den Grenzerlös durch die Preiselastizität der Nachfrage ausgedrückt. Wir können diese Formel interpretieren.

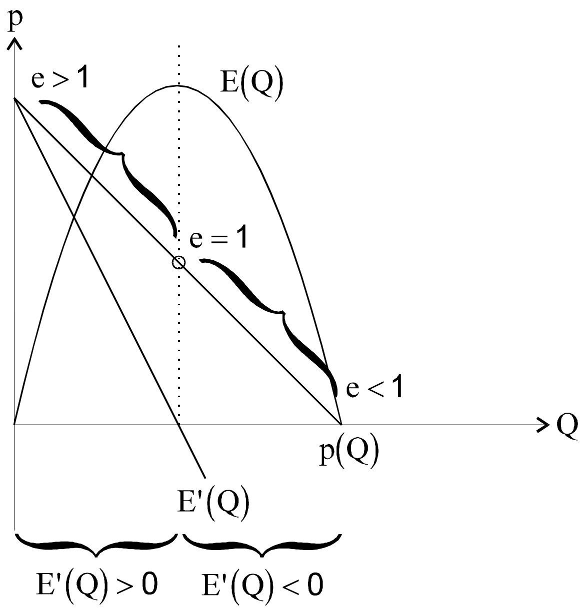


Abb. 113: Grenzerlös und Preiselastizität der Nachfrage

Angenommen, wir bieten den Konsumenten eine zusätzliche Produktmenge an. Bei einer elastischen Preissituation $(e > 1)$ fällt der Preis relativ wenig und der Erlös steigt. Bei einer inelastischen Preissituation $(e < 1)$ sinkt der Erlös. An der Stelle, bei der die Elastizität gerade den Wert Eins annimmt, bleibt der Erlös konstant.

7.2.2 Amoroso-Robinson Formel

Wir gehen jetzt auf den Zusammenhang zwischen dem **Marktpreis** und der Elastizität der Nachfrage ein. Wir sahen, daß man den Grenzerlös mit Hilfe der Elastizität ausdrükken kann. Außerdem gilt, daß im Gewinnmaximum der Grenzerlös den Grenzkosten gleicht. Wir schreiben deshalb:

$$p\left(Q^*\right) \cdot \left(1 - \frac{1}{e}\right) \qquad = K'\left(Q^*\right)$$

Daraus folgt unmittelbar die **Amoroso-Robinson-Gleichung**:

$$p\left(Q^*\right) \qquad = K'\left(Q^*\right) \cdot \left(\frac{1}{1 - \frac{1}{e}}\right)$$

Diese Formel führt zu neuen Erkenntnissen:

1. **Zuschlagskalkulation**
   Bei der Zuschlagskalkulation multipliziert man eine einfach zu ermittelnde Kostenbasis (Einstandskosten, variable Stückkosten) mit einem Faktor, der größer als Eins ist, um so den Verkaufspreis zu kalkulieren. An der **A-R-Formel** erkennen wir, daß eine Zuschlagskalkulation, die ausreichend die Nachfrageelastizitäten berücksichtigt, mit einem gewinnmaximierenden Verhalten in Einklang steht.

2. **elastischer Bereich**
   Das Gewinnmaximum des Monopols liegt stets im **elastischen Bereich**, da für $e = 1$ und für $e < 1$ der optimale Preis nicht definiert ist.

3. **empirische Wettbewerberforschung**
   In der empirischen Wettbewerberforschung besitzt man manchmal Informationen über den Marktpreis und die Preiselastizität der Nachfrage, nicht jedoch über die **Grenzkosten des Wettbewerbers**. Diese lassen sich mit Hilfe der A-R-Formel abschätzen.
4. **Mark-Up**
   Unter dem Begriff des **„mark-up-pricing“** verwendet die Makroökonomie die A-R Formel. Es lassen sich hiermit Rigiditäten bei der Reallohnbildung und Lohn-Einkommensspiralen erklären. Das Preisniveau einer Volkswirtschaft steht in der Mark-Up-Theorie in einem festen Verhältnis zu den Grenzkosten in der Produktion. Man bezeichnet dieses Verhältnis auch als **Monopolgrad**. Wenn die Lohnkosten steigen oder sinken, dann erhöhen beziehungsweise senken sie bei einem konstanten Monopolgrad das Preisniveau und der Reallohn verändert sich nicht. Arbeitslosigkeit kann dann nicht durch eine Reallohnsenkung überwunden werden.

Rechenbeispiel: Abschätzung der Grenzkosten

Problem

Wir kennen den Marktpreis p = 120 und die isoelastische Nachfragefunktion mit der Elastizität e = 2. Die konstanten variablen Stückkosten des Monopols sind uns aber unbekannt. Wir möchten sie in Erfahrung bringen.

Lösungsansatz

Unter Verwendung der **A-R-Formel** können wir die folgende Bestimmungsgleichung für die Grenzkosten aufstellen:

$$p\left(Q^*\right)\cdot\left(1-\frac{1}{e}\right) \qquad = K'\left(Q^*\right)$$

Berechnung

$$120\cdot\left(1-\frac{1}{2}\right) \quad = K'\left(Q^*\right) \qquad = k_V$$

$$60 \qquad = k_V$$

Ergebnis

Wir schätzen die variablen Stückkosten des Monopols auf 60/Stück.

❑

7.2.3 Asymmetrische Information, Segmentierung und Preisdifferenzierung

Wir gingen bislang davon aus, daß im Markt nur ein Marktpreis existiert. Tatsächlich kennen wir aber aus der Praxis die Situation vieler Preise für das gleiche Produkt. Eine einfache Erklärung liegt in den unterschiedlichen **Transportkosten**, die zur Überwindung der räumlichen Distanzen zwischen der Produktion und den Kunden anfallen. Wir wollen hier aber eine andere Ursache differenzierter Preise diskutieren, die eine große Bedeutung für das **Marketing** besitzt.

Die privaten Haushalte weisen wir Segmenten zu. Die Mitglieder eines Segmentes besitzen hinsichtlich eines bestimmten Produktes ein **homogenes Kaufverhalten**. Das Kaufverhalten weicht aber von dem Verhalten privater Haushalte anderer Segmenten deutlich ab. Insbesondere zeigen sich diese segmentspezifischen Verhaltensunterschiede bei der **Preisbereitschaft**: Die beschreibt den **maximalen Preis** $\mathbf{p^*}$, den ein Konsument für den Erwerb eines Gutes gerade noch bereit wäre zu zahlen.

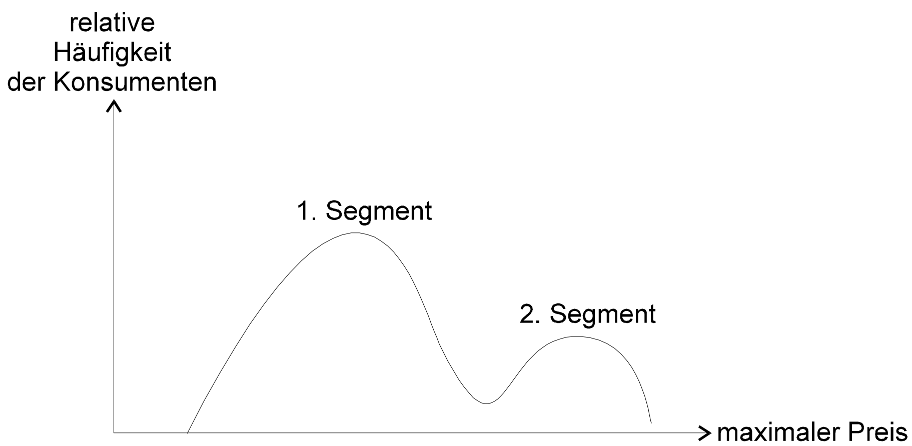


Abb. 114: Preisbereitschaft privater Haushalte ***(Beispiel)***

Stellen wir uns die folgende Situation vor: Das Monopol bietet ein Gut an, verlangt aber in jedem Segment einen anderen Preis. Diese Preisdifferenzierung besitzt wegen der Möglichkeit der Konsumenten, den niedrigsten Preis zu wählen, keine Bedeutung, wenn nicht außerdem **Informationsdefizite** vorliegen. Eine Informationsasymmetrie liegt darin, daß die Konsumenten nicht die Preise kennen, die andere Segmente zahlen sollen. Dieser Fall tritt beispielsweise auf, wenn die unterschiedlichen Preise in verschiedenen Regionen bestehen und Konsumenten die Kosten scheuen, sich über die Preisstruktur zu informieren. **Geographische Preisdifferenzierungen** gibt es zwischen Stadt und Land, in den Ländern der Europäischen Union oder zwischen Europa und USA. Sobald Konsumenten und Händler durch Zufall oder systematische Recherche von den unterschiedlichen Preisen erfahren, bricht die Segmentierung zusammen. Ein Beispiel hierfür sind zunehmende **Reimporte** von Autos und vielen anderen Produkten durch Händler in der Europäischen Union.

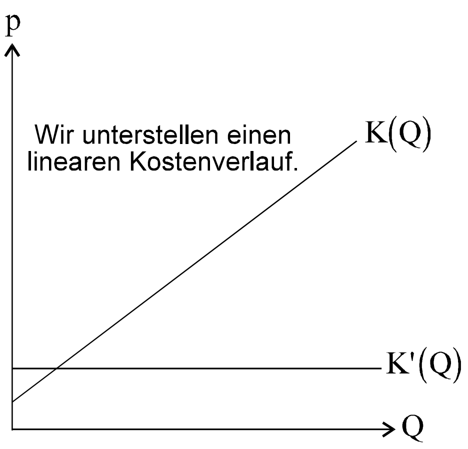
Manchmal wissen die Konsumenten auch innerhalb einer Region nicht, daß es sich produktionsmäßig um das gleiche Gut handelt.

> Eine Kosmetikcreme, die man über den **Fachhandel** vertreibt, nehmen viele Konsumenten als ein Gut wahr, welches sich deutlich von der Creme aus dem **Supermarkt** unterscheidet. Mit Hilfe leichter **Variationen** im Design, in der Verpackung, in der Distribution und im Image kann das Monopol ein produktionsmäßig homogenes Gut für den Markt differenzieren. Diese Differenzierung erlaubt es, Segmente individuell anzusprechen, um so den Absatz und den Umsatz zu steigern. Auch diese Segmentierung können **Händler** durchbrechen, indem sie Produkte umpacken, das Design durch Aufkleber und Zusätze verändern und Imagesymbole imitieren. Hierdurch kommt es schnell zu einer Inflationierung der Variationen und **Qualitätsverwässerung**, die Differenzierungen werden zu einem Kontinuum ohne Zielgruppenprägnanz und verlieren aus der Sicht der Konsumenten an Wert.

Die Präferenzen der privaten Haushalte beruhen wesentlich auf der Existenz von asymmetrischen Informationen. Verbesserte Informationen (**Verbraucherverbände**, **Warentests**) durchbrechen die Informationsbarrieren. Sie verändern hierdurch das Kaufverhalten. Die Segmentierung bricht zusammen.

Wir wollen nachfolgend am Modell die Vorteile für das Monopol, die sich durch eine Preisdifferenzierung erzielen lassen, darstellen. Hierzu treffen wir die folgenden **Annahmen**:

1. Es bestehen Segmente mit homogenen Preisbereitschaften.
2. Zwischen den Segmenten existieren Informationsbarrieren.



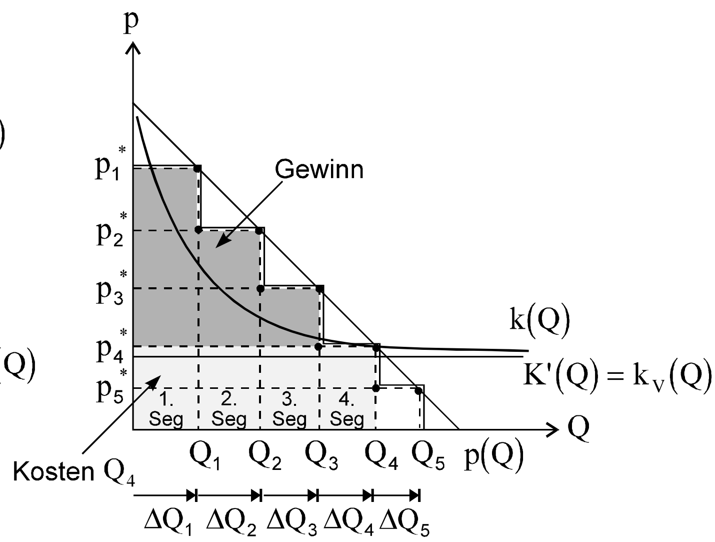


Abb. 115: linearer Kostenverlauf *Abb. 116: Gewinn bei Segmentierung*

Die **gewinnmaximierende Vorgehensweise des Monopols** besteht aus den folgenden Schritten:

1. **Identifiziere** die Segmente im Markt (vgl. Abb. 114, S. 156). Die segmentbildenden Verhaltensweisen lassen sich häufig durch Werbung verstärken.
2. **Quantifiziere** durch Marktforschung die Preisbereitschaft der privaten Haushalte in jedem Segment (Abb. 116: p_1^*, p_2^*, p_3^*, p_4^*, p_5^*).
3. **Kommuniziere** mit jedem Segment individuell.
4. **Etabliere** in jedem Segment einen Preis, der sich an der Preisbereitschaft orientiert.

Im **Segment Nr. 1** sind die privaten Haushalte bereit, einen maximalen Preis p_1^* zu bezahlen und hierbei die Menge ΔQ_1 zu kaufen. Das Monopol erzielt bei p_1^* einen Umsatz von $\Delta Q_1 \cdot p_1^*$. Das **Segment Nr. 2** zahlt p_2^* und der Umsatz lautet: $\Delta Q_2 \cdot p_2^*$. Die Umsätze im **Segment Nr. 3 und 4** lauten: $\Delta Q_3 \cdot p_3^*$ und $\Delta Q_4 \cdot p_4^*$.

Das Monopol erzielt mit Q_4 einen Gesamtumsatz von:

$$\Delta Q_1 \cdot p_1^* + \Delta Q_2 \cdot p_2^* + \Delta Q_3 \cdot p_3^* + \Delta Q_4 \cdot p_4^*$$

Da es sich produktionsmäßig um das gleiche Gut handelt, sind die Gesamtkosten von der

Segmentierung unabhängig. Wie bisher setzen sie sich aus der verkauften Menge und den Stückkosten zusammen:

$$K(Q_4) = k(Q_4) \cdot Q_4$$

Im **Segment Nr. 5** liegt die Preisbereitschaft unter den variablen Stückkosten. Hier entsteht ein **Verlust**. Mit Q_4 erreicht das Monopol deshalb die optimale Ausbringungsmenge unter den Bedingungen der Preisdifferenzierung und Segmentierung.

Wir könnten uns vorstellen, daß man die Segmentierung noch wesentlich **feiner** gestaltet, als in Abbildung 116, S. 158, dargestellt. Jeder private Haushalt könnte theoretisch ein eigenes Segment bilden. Werden derartig viele Segmente identifiziert, dann stellt das **Dreieck** zwischen der Preis-Absatzfunktion und der Grenzkostenfunktion (vgl. Abb. 117) den maximalen erreichbaren **Deckungsbeitrag des Monopols** dar. Dieser übersteigt den Deckungsbeitrag der undifferenzierten Strategie erheblich (vgl. Abb. 117 u. 118).

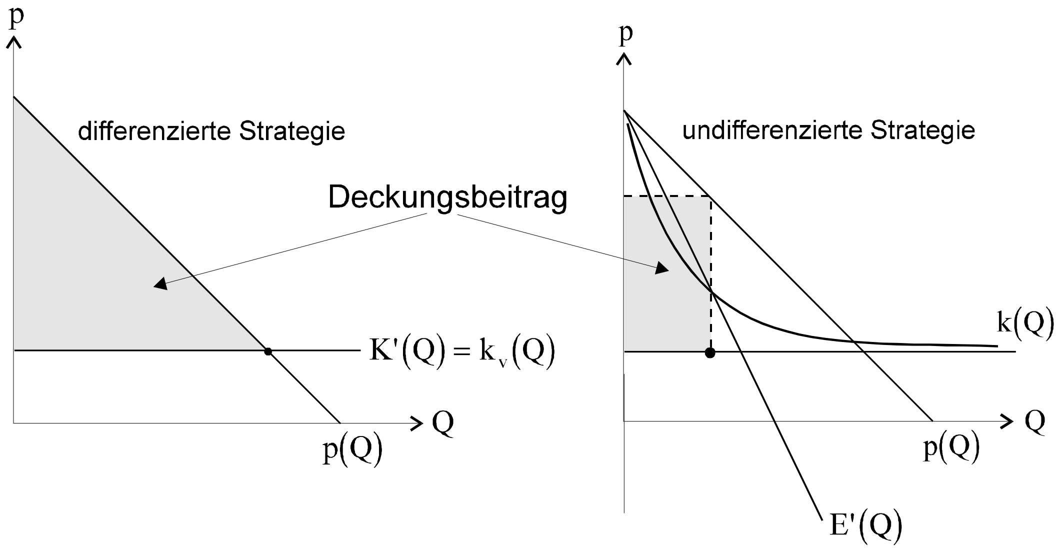


Abb. 117: differenzierte Strategie

Abb. 118: undifferenzierte Strategie

Es bestehen auch **Nachteile der Preisdifferenzierung**:

Kosten entstehen durch

- segmentspezifische Marktanalysen, Werbe- und Distributionsstrategien,
- Produktvariationen,
- zusätzliche Managementleistung.

Nur bei **uninformierten Konsumenten** besteht für das Monopol die Möglichkeit, einen zusätzlichen Gewinn durch Preisdifferenzierung zu erlangen und zusätzliche Kosten zu verursachen. Hierin kann man eine **volkswirtschaftliche Verschwendung** sehen, da die Präferenzen „informierter“ Konsumenten diese Zusatzkosten nicht zulassen würden.

7.3 Cournot-Duopol

Im letzten Abschnitt analysierten wir den Markt mit nur einem Anbieter und vielen Nachfragern. Wir gehen nun einen Schritt weiter und betrachten einen Markt, in dem **zwei Unternehmen**, die das **gleiche** (homogene) **Gut** herstellen, miteinander um die Gunst der Konsumenten konkurrieren. Der erwartete Gewinn des einzelnen Kontrahenten hängt nicht mehr nur von seinen Entscheidungen, sondern auch von der **Reaktion** des anderen Wettbewerbers ab.

> **Beispielsweise** erhöht der eine Anbieter seine Angebotsmenge des homogenen Gutes von 30 auf 50 Stück. Der andere Anbieter reagiert hierauf mit einer Mengenreduktion von 70 auf 60 Stück. Beide Mengenentscheidungen beeinflussen den Marktpreis. Zunächst waren insgesamt 100 Stück an die privaten Haushalte abzusetzen, dann 110 Stück. Der erwartete Gewinn, den das erste Unternehmen mit der Angebotsmenge in Höhe von 50 erzielen kann, hängt von der Mengenreaktion des zweiten Unternehmens ab.

Bei der Gewinnmaximierung muß deshalb jeder einzelne Anbieter die Reaktion des Wettbewerbers berücksichtigen. Diese **Reaktionserwartung** kann richtig oder falsch sein und kann sich über kurze oder lange Abfolgen wechselseitigen Verhaltens erstrekken. Um ein Modell zu bauen, welches den Wettbewerb in einem Duopol darstellt, müssen wir einen Weg finden, die Reaktionserwartungen in die Zielfunktionen der einzelnen Anbieter einzubauen.

Es gibt eine große Anzahl von Reaktionsmöglichkeiten. Sie werden in zahlreichen Partialmodellen der **Oligopol- und Spieltheorie** analysiert. Ausgangspunkt vieler Modelle ist der Ansatz von **Cournot** (1801-1877), auf den wir uns nachfolgend stützen. (Die mathematisch formulierte ursprüngliche Veröffentlichung Cournots stellte den Wettbewerb zweier Mineralbrunnenbesitzer dar, deren homogenes Produkt ohne Kosten aus dem Boden sprudelt und zu verkaufen ist.)

Bislang verwendeten wir die folgenden Zielfunktionen der Unternehmen:

Polypol: $\underset{q}{\mathrm{Max}}\,\Pi(q) \quad = \bar{p} \cdot q - K(q)$

Monopol: $\underset{Q}{\mathrm{Max}}\,\Pi(Q) \quad = p(Q) \cdot Q - K(Q)$

Wir suchen nun eine Zielfunktion für das Oligopolmodell mit zwei Kontrahenten (Duopol). Im **Cournot-Duopol** verwenden wir eine einfache Form der Reaktionserwartung:

> Jedes Unternehmen kennt die momentane Absatzmenge des Kontrahenten und erwartet, daß die Absatzmenge des Wettbewerbers unverändert bleibt (Cournot-Erwartungsprämisse).

In unserem Modell gibt es die Unternehmen a und b. Die Absatzmenge des Unternehmens a lautet q^a und die Absatzmenge des Unternehmens b kennzeichnen wir durch q^b.

Wir treffen die Cournot-Erwartungsprämisse für das Unternehmen a:

> **Unternehmen a erwartet, daß die Absatzmenge des Unternehmens b:** q^b **konstant bleibt und optimiert auf dieser Grundlage** q^a**.**

Die **Zielfunktion** des Unternehmens a im Cournot-Duopol lautet:

$$\underset{q^a}{\mathrm{Max}}\,\Pi^a\left(q^a; q^b\right) = p(Q) \cdot q^a - K\left(q^a\right) \qquad \text{mit} \qquad Q = q^a + q^b$$

Unternehmen a maximiert seinen erwarteten Gewinn durch die Variation der Menge q^a bei gegebener Menge q^b. Der Erlös des Unternehmens a setzt sich aus dem Marktpreis und der Menge q^a zusammen. Den Marktpreis erhält man aus der Preis-Absatzfunktion $p(Q)$. Diese stellt den Zusammenhang zwischen dem Preis p und der insgesamt im Markt abgesetzten Menge Q dar. Der Erlös wird also einerseits durch die Entscheidungsvariable q^a des Unternehmens a, andererseits aber auch durch die erwartete Menge q^b des Wettbewerbers bestimmt.

Die **Preis-Absatzfunktion** $p(Q)$ kann man in der Gewinnfunktion des Unternehmens a auch folgendermaßen schreiben :

$$\underset{q^a}{\mathrm{Max}}\,\Pi\left(q^a\right) = p\left(q^a + \overline{q}^b\right) \cdot q^a - K\left(q^a\right)$$

oder

$$\underset{q^a}{\mathrm{Max}}\,\Pi\left(q^a\right) = p\left(q^a ; \overline{q}^b\right) \cdot q^a - K\left(q^a\right)$$

Durch Maximierung der Zielfunktion erhalten wir eine sogenannte **Reaktionsfunktion**. Diese beschreibt die optimale Menge q^a des Unternehmens a als Funktion der erwarteten Menge q^b des Wettbewerbers (vgl. Abb. 119).

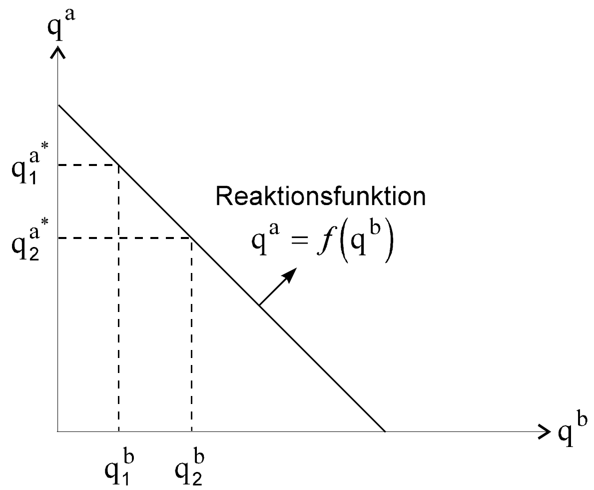


Abb. 119: Reaktionsfunktion des Unternehmens a

Reaktionsfunktionen spielen in der Oligopoltheorie eine sehr wichtige Rolle, da sie das wechselseitige Wettbewerbsverhalten, welches typisch für Oligopole ist, beschreiben. In dem nachfolgenden Rechenbeispiel zeigen wir die Herleitung einer Reaktionsfunktion.

Rechenbeispiel: Berechnung der Reaktionsfunktion von a

Problem

Das Unternehmen *Haidenbacher Schmierstoffe GmbH* stellt das Produkt *Q-Fett 2.3* her. Dieses Maschinenfett bietet auch das Unternehmen *Stein AG* unter dem Namen *General Grease 223* als einziger Wettbewerber an. Die Marktforschungsabteilung der *Schmierstoff GmbH* schätzt die **Nachfragefunktion** für das Maschinenfett:

$$Q(p) \quad = 100 - 5 \cdot p\,.$$

Fixe Kosten, die sich der Herstellung von *Q-Fett* zurechnen lassen, betragen 20 Geldeinheiten [GE]. Es fallen **konstante variable Stückkosten** in Höhe von 10 GE an. Die Kosten zur Herstellung von *Q-Fett* beschreibt die lineare Kostenfunktion:

$$K(q) \quad = 20 + 10 \cdot q$$

Die *Haidenbacher Schmierstoff GmbH* verhält sich gemäß der **Cournotschen Erwartungsprämisse**.

Wir wollen die optimale Angebotsmenge des Produktes *Q-Fett* ermitteln.

Lösungsansatz

Hierzu kennzeichnen wir die *Haidenbacher Schmierstoff AG* mit dem Buchstaben a und den Wettbewerber mit dem Buchstaben b.

Aus der Nachfragefunktion bestimmen wir die **Preis-Absatzfunktion**:

$$p(Q) \quad = 20 - \frac{1}{5} \cdot Q$$

Die **Kostenfunktion** ist gegeben. Aufgrund der Cournotschen Erwartungsprämisse müssen wir $\overline{q}^b$ in der **Zielfunktion** des Unternehmens a als konstant betrachten:

$$\underset{q^a}{\text{Max}}\,\Pi\left(q^a\right) = \left(20 - \frac{1}{5}\cdot q^a - \frac{1}{5}\cdot\overline{q}^b\right)\cdot q^a - \left(20 + 10\cdot q^a\right)$$

$$= 20\cdot q^a - \frac{1}{5}\cdot q^{a2} - \frac{1}{5}\cdot\overline{q}^b\cdot q^a - 20 - 10\cdot q^a$$

$$= 10\cdot q^a - \frac{1}{5}\cdot q^{a2} - \frac{1}{5}\cdot\overline{q}^b\cdot q^a - 20$$

Lösungsweg

Die **Maximierung der Zielfunktion** liefert die notwendige Bedingung für das Gewinnmaximum. Wie bisher gehen wir davon aus, daß die Bedingung 2. Ordnung erfüllt ist.

$$\Pi'_{q^a} = 10 - \left(2\cdot\frac{1}{5}\cdot q^{a^*}\right) - \frac{1}{5}\cdot\overline{q}^b \qquad = 0$$

Aus dieser Gleichung können wir nun die Reaktionsfunktion bestimmen, die den Zusammenhang zwischen der optimalen Menge q^{a^*} und der erkannten und erwarteten Menge q^b darstellt.

$$10 - \frac{2}{5}\cdot q^{a^*} - \frac{1}{5}\cdot\overline{q}^b \qquad = 0$$

$$10 - \frac{1}{5}\cdot\overline{q}^b \qquad = \frac{2}{5}\cdot q^{a^*}$$

$$25 - \frac{1}{2}\cdot\overline{q}^b \qquad = q^{a^*} \qquad \text{Reaktionsfunktion } R^a$$

Ergebnis

Die Reaktionsfunktion $q^{a^*} = 25 - \frac{1}{2} \cdot \overline{q}^b$ beschreibt die optimale Angebotsmenge des Produktes *Q-Fett 2.3* als Funktion der Menge q^b.

❑

Da beim Ableiten der Gewinnfunktion der konstante Faktor wegfällt, beeinflußt die Höhe der fixen Kosten die Reaktionsfunktion nicht.

Was läßt sich an dieser Reaktionsfunktion ablesen?

- Würde die *Stein AG* sich aus dem Markt zurückziehen (q^b = 0), dann wäre die *Schmierstoff GmbH* ein Monopol. Die **Monopolmenge** beträgt in diesem Fall:

  $$q^{a^*} = 25$$

- Wir können die Menge $q^{a^*} = 25$ auch als **Marktzutrittsmenge des Innovators** ansehen. Würde nämlich die *Haidenbacher Schmierstoff GmbH* nach einer Innovation als erster Anbieter den Markt eröffnen, dann bietet sie auf der Grundlagen der gewählten Prämissen die Monopolmenge $q^{a,M} = 25$ an.

- Befindet sich das Unternehmen b bereits mit $\overline{q}^b = 30$ auf dem Markt, so wählt Unternehmen a eine **Marktzutrittsmenge** von $q^{a^*} = 10$.

Nachdem wir die Reaktionsfunktion des einen Unternehmens a im Duopol berechnet haben, müssen wir uns jetzt in die Situation des anderen Unternehmens versetzen, um zu verstehen, wie der Wettbewerb zwischen beiden Unternehmen im Markt funktioniert. Es finden Wechselwirkungen statt. Unternehmen a **agiert** und Unternehmen b **reagiert**. Danach **reagiert** das Unternehmen a und wiederum das Unternehmen b.

Wir wollen nun die Reaktionsfunktion des Unternehmens b ermitteln.

Rechenbeispiel: Berechnung der Reaktionsfunktion von b

Problem

Es gelten die Daten des vorherigen Rechenbeispiels. Zusätzlich kennen wir die Kostenfunktion des Wettbewerbers b:

$$K^b\left(q^b\right) = 10 + 12 \cdot q^b$$

Es soll die Reaktionsfunktion R^b berechnet werden.

Lösungsansatz

$$\underset{q^b}{\mathrm{Max}}\, \Pi\left(q^b\right) = \left(20 - \frac{1}{5} \cdot \overline{q}^{\,a} - \frac{1}{5} \cdot q^b\right) \cdot q^b - \left(10 + 12 \cdot q^b\right)$$

$$= 20 \cdot q^b - \frac{1}{5} \cdot \overline{q}^{\,b\,2} - \frac{1}{5} \cdot \overline{q}^{\,a} \cdot q^b - 10 - 12 \cdot q^b$$

$$= 8 \cdot q^b - \frac{1}{5} \cdot q^{b\,2} - \frac{1}{5} \cdot \overline{q}^{\,a} \cdot q^b - 10$$

Lösungsweg

$$\Pi'_{q^b} = 8 - \left(2 \cdot \frac{1}{5} \cdot q^b\right) - \frac{1}{5} \cdot \overline{q}^{\,a} = 0$$

$$8 - \frac{2}{5} \cdot q^{b^*} - \frac{1}{5} \cdot \overline{q}^{\,a} = 0$$

$$8 - \frac{1}{5} \cdot \overline{q}^{\,a} = \frac{2}{5} \cdot q^{b^*}$$

$$20 - \frac{1}{2} \cdot \overline{q}^{\,a} = q^{b^*} \qquad \text{Reaktionsfunktion } R^b$$

Ergebnis

Die Reaktionsfunktion des Unternehmens b lautet:

$$q^{b^*} = 20 - \frac{1}{2} \cdot \overline{q}^{\,a}$$

❑

Um die Reaktionsfunktionen in ein (q^a, q^b) - Diagramm einzeichnen zu können (vgl. Abb. 120), lösen wir die Reaktionsfunktion des Unternehmens b nach q^a auf:

$$\overline{q}^{\,a} = 40 - 2 \cdot q^b \qquad \text{(Reaktionsfunktion } R^b\text{)}$$

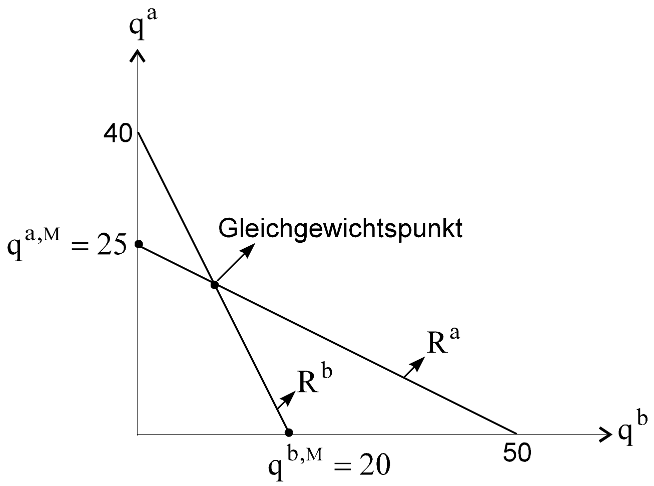


Abb. 120: Reaktionsfunktionen im Cournot-Duopol

Anhand der Abbildung 120 wollen wir nun die Fragen nach dem Gleichgewicht und der Stabilität in unserem duopolistischen Markt stellen. Was verstehen wir unter einem **Gleichgewicht**? Beide Unternehmen erkennen die Absatzmenge des jeweiligen Wettbewerbers und optimieren daraufhin ihre eigene Menge. Stellen wir uns einen **schrittweisen** (**iterativen**) **Prozeß** vor: Das Unternehmen a erkennt die Menge des Unternehmens b und optimiert daraufhin seine Absatzmenge. Da sich nun q^a verändert, sieht sich auch das Unternehmen b veranlaßt, neu zu optimieren. Das ruft aber wiederum das erste Unternehmen auf den Plan usw. Deshalb verändern sich die Mengen beider Unternehmen ständig. Wenn nun aber gilt, daß die **optimierten Mengen auch vom Wettbewerber**

erwartet werden, dann liegt ein Gleichgewicht vor. Dieses ist im Schnittpunkt der beiden Reaktionsfunktionen der Fall. Wir können das leicht an unserem Beispiel überprüfen.

Reaktionsfunktionen der Unternehmen a und b:

$$R^a: \quad q^{a^*} = 25 - \frac{1}{2} \cdot q^b$$

$$R^b: \quad q^a = 40 - 2 \cdot q^{b^*} \qquad \text{(nach } q^a \text{ aufgelöst)}$$

Durch Gleichsetzen der beiden Reaktionsfunktionen erhalten wir den Gleichgewichtspunkt (oder Schnittpunkt).

$$40 - 2 \cdot q^{b^*} = 25 - \frac{1}{2} \cdot q^{b^*}$$

$$15 = \frac{3}{2} \cdot q^{b^*}$$

$$q^{b^*} = 10$$

Wir setzen $q^{b^*} = 10$ in die Reaktionsfunktion R^a ein:

$$q^{a^*} = 25 - \frac{1}{2} \cdot 10$$

$$q^{a^*} = 20$$

An dem Punkt $q^{a^*} = 20$ und $q^{b^*} = 10$ existiert ein Gleichgewicht. Setzen wir $q^{a^*} = 20$ in die Reaktionsfunktion des Unternehmens b ein, dann erhalten wir $q^{b^*} = 10$. Setzen wir $q^{b^*} = 10$ in die Reaktionsfunktion des Unternehmens a ein, dann erhalten wir $q^{a^*} = 20$. Die **Mengenerwartungen bestätigen** sich.

Als nächstes fragen wir nach der **Stabilität**. Konvergiert der iterative Mengenanpassungsprozeß gegen den Gleichgewichtspunkt, dann nennen wir den duopolistischen Wettbewerb stabil. In Abbildung 121, S. 169, beginnt der Prozeß mit der Menge q_1^b im Zeitpunkt t_1 und setzt sich mit q_1^a in t_2, q_2^b in t_3 und q_2^a in t_4 fort.

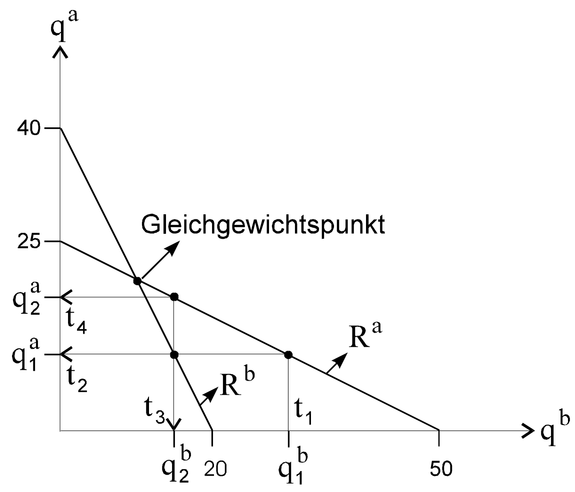


Abb. 121: Iterativer Stabilitätsprozeß

Rechenbeispiel: Marktanteile, Gewinne und Deckungsbeiträge

Problem

Auf der Grundlage der vorausgegangenen Rechenbeispiele (S. 163 u. S. 166) sollen die Marktanteile, Gewinne und Deckungsbeträge im Gleichgewicht bestimmt werden.

Lösungsansatz

(1) Die Mengen q^a und q^b erhalten wir aus den beiden Reaktionsfunktionen:

$$q^a = 25 - \frac{1}{2} \cdot q^b \qquad \text{und} \qquad q^b = 20 - \frac{1}{2} \cdot q^a$$

Wenn wir dann $Q = q^a + q^b$ in die Preis-Absatzfunktion einsetzen, können wir auf den **Preis** im Gleichgewicht schließen.

(2) $s^a = \frac{q^a}{Q}$ und $s^b = \frac{q^b}{Q}$ definieren die **Marktanteile**.

(3) Die **Gewinne** und **Deckungsbeiträge** der Unternehmen berechnen sich nach folgenden Gleichungen:

$$\Pi\left(q^a\right) = p\left(q^a + \overline{q}^{\,b}\right) \cdot q^a - K\left(q^a\right)$$

$$DB\left(q^a\right) = p\left(q^a + \overline{q}^{\,b}\right) \cdot q^a - k_V \cdot q^a$$

$$\Pi\left(q^b\right) = p\left(q^b + \overline{q}^a\right) \cdot q^b - K\left(q^b\right)$$

$$DB\left(q^b\right) = p\left(q^b + \overline{q}^a\right) \cdot q^b - k_V \cdot q^b$$

Lösungsweg und Ergebnisse

Aus den Reaktionsfunktionen ergeben sich die **Gleichgewichtsmengen** (vgl. S. 168):

$$q^a = 20 \qquad q^b = 10 \qquad Q = 30$$

Der **Preis** im Gleichgewicht lautet:

$$\begin{aligned} p^*(30) &= 20 - \frac{1}{5} \cdot 30 \\ &= 14 \end{aligned}$$

Es folgen die **Marktanteile** im Gleichgewicht:

$$s^a = \frac{20}{30} = \frac{2}{3} \qquad s^b = \frac{10}{30} = \frac{1}{3}$$

Durch Einsetzen des Preises und der Mengen in die Gewinnfunktionen erhalten wir die **Gewinne** der Unternehmen a und b:

$$\begin{aligned} \Pi^a &= 14 \cdot 20 - (20 + 10 \cdot 20) \\ &= 280 - 220 \\ &= 60 \end{aligned} \qquad \begin{aligned} \Pi^b &= 14 \cdot 10 - (10 + 12 \cdot 10) \\ &= 140 - 130 \\ &= 10 \end{aligned}$$

Wenn wir von den Erlösen nur die variablen Kosten subtrahieren, folgen unmittelbar die **Deckungsbeiträge**:

$$\begin{aligned} DB^a &= 14 \cdot 20 - (10 \cdot 20) \\ &= 280 - 200 \\ &= 80 \end{aligned} \qquad \begin{aligned} DB^b &= 14 \cdot 10 - (12 \cdot 10) \\ &= 140 - 120 \\ &= 20 \end{aligned}$$

❑

7.4 Marktzutritt

Wenn sich nur ein Unternehmen, der **Innovator**, im Markt befindet und einen Monopolgewinn erwirtschaftet, dann stellt dieser Gewinn einen Anreiz für andere Unternehmen, sogenannte **Imitatoren**, dar, in den Markt einzutreten. Das Cournot-Duopolmodell erlaubt es uns, die Menge zu bestimmen, die der neue Konkurrent anbietet. Nach dem Marktzutritt des Imitators muß der Innovator seine Menge überprüfen. Das Cournot-Duopolmodell sagt uns, daß der Innovator seine Menge zurücknimmt, um den Marktpreis zu stützen.

Der Marktzutritt selber verursacht Kosten: Baukosten, die bei einem Marktaustritt nicht liquidierbar sind, Gebühren, Werbekosten, Ausbildungskosten der Mitarbeiter, Kosten wegen Erfahrungs- und Informationsmängeln und ähnliches. Diese **Marktzutrittskosten M** gehören für den Innovator zur Vergangenheit, der Imitator muß sie aber erst noch aufwenden. Es ist deshalb möglich, daß der Innovator den Vorteil des **Ersten im Markt** nutzt und dem **Zweiten** die Bedingungen vorgibt, unter denen er eintreten muß. Der Innovator kann sich mit Hilfe der **Marktzutrittskosten M** die Konkurrenz aus dem Markt halten. Er muß dafür sorgen, daß der Marktpreis zu niedrig ist, als daß der Imitator einen Gewinn unter Einschluß der Marktzutrittskosten erwarten kann (**„limit price“**).

Damit verhält sich der Innovator nicht mehr nach Cournot, sondern wählt durch Erhöhung seiner Menge eine **Abwehrstrategie**. In der Praxis reicht es aus, daß der Innovator sich eine **Reservekapazität** in der Produktion zulegt, diese bekanntmacht und jedem Imitator hierdurch klar wird, daß er bei einem Marktzutritt durch kurzzeitige Erhöhung der Produktmenge und sinkendem Preis zum Verlust gezwungen wird. Wenn beispielsweise **Fluggesellschaften** sich Überkapazitäten bei den Sitzplätzen zulegen und durch einzelne Sonderpreisaktionen diese kurzzeitig auslasten und sich der Marktpreis hierdurch stark reduziert, so können neue Fluggesellschaften, die um ihre Bekanntheit und Akzeptanz kämpfen, zum Verlassen des Marktes gezwungen werden. Die **glaubhafte Drohung** mit solchen Abwehrstrategien reicht aus, um den Marktzutritt zu verhindern.

Rechenbeispiel: Marktzutrittskosten und Zutrittsabwehr

Problem

Ein Imitator b will in den Markt eines Innovators a eintreten.

Die Funktion K^b beschreibt die Kosten des Imitators:

$$K^b\left(q^b\right) = 10 + 12 \cdot q^b$$

beschreibt die Kosten des Imitators. Außerdem muß er Marktzutrittskosten **M** in Höhe von 8 überwinden. Der Zusammenhang zwischen dem Marktpreis und der vom Duopol abgesetzten Menge lautet:

$$p(Q) = 20 - \frac{1}{5} \cdot Q$$

b verhält sich gemäß der **Cournot-Verhaltensprämisse**, mit

$$q^{b^*} = 20 - \frac{1}{2} \cdot q^a$$

Wie groß muß die Menge q^a mindestens sein, damit der Imitator bei seinem Marktzutritt einen Verlust erwartet?

Lösungsansatz

Die **Gewinnfunktion** des Imitators nimmt an der Verlustschwelle den Wert Null an:

$$\Pi\left(q^b\right) = \left(20 - \frac{1}{5} \cdot q^a - \frac{1}{5} \cdot q^b\right) \cdot q^b - 10 - 12 \cdot q^b - 8 = 0$$

$$20 \cdot q^b - \frac{1}{5} \cdot q^a \cdot q^b - \frac{1}{5} \cdot q^{b\,2} - 18 - 12 \cdot q^b = 0$$

$$8 \cdot q^b - \frac{1}{5} \cdot q^a \cdot q^b - \frac{1}{5} \cdot q^{b\,2} - 18 = 0$$

Lösungsweg

Wir substituieren q^a mit Hilfe von R^b:

$$q^b \quad = 20 - \frac{1}{2} \cdot q^a \qquad \left[R^b\right]$$

Die Auflösung von R^b nach q^a ergibt:

$$q^a \quad = 40 - 2 \cdot q^b \qquad \left[R^b\right]$$

In $\Pi\left(q^b\right)$ setzen wir $40 - 2 \cdot q^b$ für q^a ein:

$$\Pi\left(q^b\right) = \qquad 8 \cdot q^b - \left(8 - \frac{2}{5} \cdot q^b\right) \cdot q^b - \frac{1}{5} \cdot q^{b\,2} - 18 \quad = 0$$

$$8 \cdot q^b - 8 \cdot q^b + \frac{2}{5} \cdot q^{b\,2} - \frac{1}{5} \cdot q^{b\,2} - 18 \quad = 0$$

$$\frac{1}{5} \cdot q^{b\,2} - 18 \quad = 0$$

In dem vorliegenden Fall können wir ohne die Formel zur Lösung **quadratischer Gleichungen** die beiden Lösungen für q^b berechnen.

$$\frac{1}{5} \cdot q^{b\,2} \quad = 18$$

$$q^b \quad = \pm\ 9{,}48$$

Das Einsetzen des positiven Wertes in die reziproke Reaktionsfunktion R^b: $q^a = 40 - 2 \cdot q^b$ liefert den gesuchten Wert:

$$q^{a^*} \quad = 21{,}03$$

Probe:

$$\Pi\left(q^b\right) = 8\cdot 9{,}48 - \frac{1}{5}\cdot 21{,}03\cdot 9{,}48 - \frac{1}{5}\cdot 9{,}48^2 - 18 \qquad = 0$$

Ergebnis

Wenn der Innovator a sich für die Absatzmenge $q^{a^*} = 21{,}03$ entscheidet, dann kann er den Imitator vom Marktzutritt abhalten (vgl. Abb. 122).

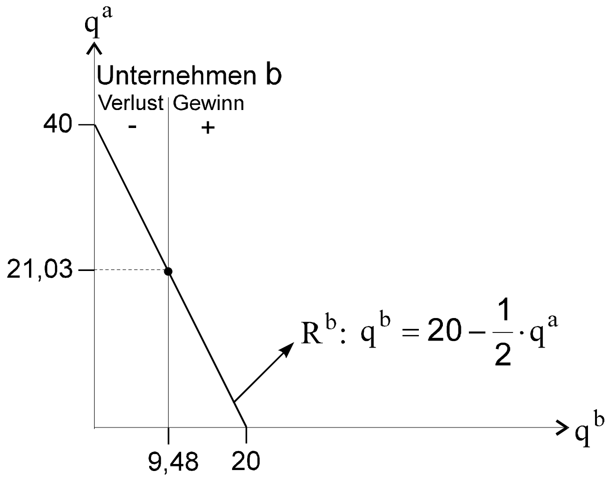


Abb. 122: Marktzutrittsabwehr

❑

7.5 Ein allgemeiner Oligopolansatz

Das Besondere des Cournot-Oligopolmodells liegt in der spezifischen Erwartungsprämisse, nach der man die Absatzmengen der Wettbewerber als konstant ansieht. Wir wollen diese Prämisse jetzt **aufheben**. Als Ausgangspunkt des **allgemeinen Oligopolmodells** wählen wir wieder eine Gewinnfunktion in der üblichen Schreibweise:

$$\underset{q}{\mathrm{Max}}\,\Pi(q) \qquad = p(Q)\cdot q - K_f - k_V\cdot q$$

Wir leiten diese Funktion ab, setzen sie gleich Null und erweitern sie mit $\frac{Q\cdot p(Q)}{Q\cdot p(Q)}$

$$\Pi'_q \qquad = \frac{\delta p(Q)}{\delta Q}\cdot\frac{\delta Q}{\delta q}\cdot q + p(Q) - k_V \quad = 0 \qquad \Big|\cdot\frac{Q\cdot p(Q)}{Q\cdot p(Q)}$$

$$\Pi'_q \qquad = \underbrace{\frac{\delta p(Q)}{\delta Q}\cdot\frac{Q}{p(Q)}}_{-\frac{1}{e}}\cdot\underbrace{\frac{\delta Q}{\delta q}}_{w}\cdot\underbrace{\frac{q}{Q}}_{s}\cdot p(Q) + p(Q) - k_V \qquad = 0$$

$\frac{\delta p(Q)}{\delta Q}\cdot\frac{Q}{p(Q)}$ entspricht der negativen reziproken Preiselastizität der Nachfrage $-\frac{1}{e}$ (vgl. Abschnitt 7.2.1, S. 152). Die Größe $w = \frac{\delta Q}{\delta q}$ beschreibt die Änderung der Gesamtabsatzmenge in dem Markt bei Veränderung der individuellen Menge des Unternehmens. Die konkrete Ausprägung dieses Quotienten hängt davon ab, welche Mengenänderung man von den Wettbewerbern erwartet. (Im Falle von Cournot wäre $\frac{\delta Q}{\delta q}$ gleich Eins, da im Zähler wie auch im Nenner δq stünde.) Der Quotient $\frac{q}{Q}$ entspricht dem Marktanteil s des Unternehmens. Mit Hilfe der Größen e, w und s lautet Π'_q:

$$\Pi'_q \qquad = -\frac{1}{e}\cdot w\cdot s\cdot p(Q) + p(Q) - k_V \quad = 0$$

Wir können nun die Gleichung zum Marktpreis $p(Q)$ auflösen. Die optimale Menge des Unternehmens muß folgende Bedingung erfüllen:

$$p^*(Q) \qquad = k_V \cdot \frac{1}{1-\frac{w \cdot s}{e}}$$

Hiermit haben wir eine allgemeine Aussage über das Zusammenspiel von Preis und Menge im Oligopol gefunden.

Wir können jetzt drei besondere Fälle unterscheiden:

1. **Der Fall nach Cournot**

   Hier wird $w = \frac{\delta Q}{\delta q_i}$ zu Eins und unsere Bedingung lautet:

   $$p^*(Q) \qquad = k_V \cdot \frac{1}{1-\frac{s}{e}}$$

   Beispiel: Betragen beispielsweise die variablen Stückkosten 1.500, die Preiselastizität der Nachfrage 4 und der Marktanteil 0,5, dann erwarten wir einen Marktpreis in Höhe von 1.700.

   Stellen wir uns n identische Unternehmen im Oligopol vor. Für $n \to \infty$ konvergiert der Marktanteil des einzelnen Unternehmens gegen Null. Das Cournot-Oligopol tendiert zur Polypollösung:

   $$p(Q) \quad = k_V .$$

2. **Das Oligopol mit gleicher absoluter Mengenänderung**

   Angenommen, es existieren n Unternehmen in dem Markt. Wenn das Unternehmen i seine Menge um δq_i verändert und alle anderen Unternehmen passen ihre Mengen ebenfalls um δq an, dann wird der Quotient $\frac{\delta Q}{\delta q_i}$ zu n. Damit lautet unsere Bedingung der optimalen Menge:

   $$p^*(Q) \qquad = k_V \cdot \frac{1}{1-\frac{n \cdot s}{e}}$$

Beispiel: Betragen die variablen Stückkosten wiederum 1.500, die Preiselastizität der Nachfrage 4, der Marktanteil 0,1 und die Anzahl der Unternehmen 20, dann erwarten wir einen Preis in Höhe von 3.000.

3. Das Oligopol mit konstanten Marktanteilen

Die Marktanteile der Unternehmen im Markt bleiben bei Mengenänderungen immer dann konstant, wenn $\frac{q}{Q} = \frac{\delta q}{\delta Q}$. Da sich dann w gegen s kürzt, lautet unsere Preisgleichung:

$$p^*(Q) \qquad = k_V \cdot \frac{1}{1 - \frac{1}{e}}$$

Beispiel: Bei variablen Stückkosten von 1.500 und einer Preiselastizität der Nachfrage von 4 ergibt sich ein Marktpreis von 2.000.

Im Cournot-Oligopol (1. Fall) verhalten sich die Unternehmen **nicht-kooperativ**, da sie keine Aufteilung des Marktes unter sich versuchen. Liegen im 2. und 3. Fall Verhaltensabsprachen zwischen den Unternehmen zur Aufteilung des Marktes vor, dann sprechen wir von einem **Kartell** (kooperativ). Es gibt zahlreiche **Zwischenformen**, die man durch unterschiedliche Werte für w berücksichtigen kann.

Unterstellen wir Stückkosten von 1.500, eine Preiselastizität der Nachfrage von 4, einen Marktanteil von 0,5 und einen Wert des Verhaltensparameters w in Höhe von 2. Dieses deutet darauf hin, daß jetzt kein Cournotmodell vorliegt. Wenn das Unternehmen i seine Menge um δq_i erhöht, dann erwartet es, daß die gesamte Menge im Markt um $2 \cdot \delta q_i$ steigt. Der erwartete Marktpreis beträgt dann:

$$p \qquad = 1.500 \cdot \frac{1}{1 - \frac{2 \cdot 0{,}5}{4}} \qquad = 2.000$$

7.6 Aufgaben zum 7. Kapitel

(1.) Multiple Choice

Die **Preis-Absatzfunktion** und die **Gesamtkostenfunktion** des Monopols sind korrekt eingezeichnet. Ansonsten weist die folgende Skizze Richtigkeiten und Fehler auf.

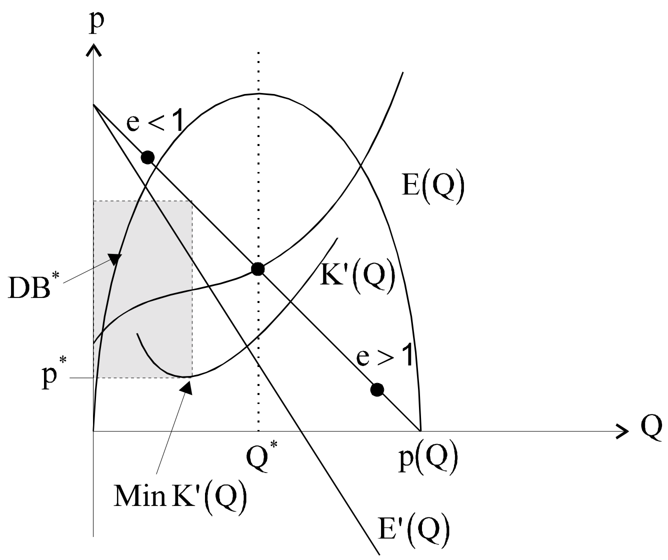


Abb. 123: Monopolmodell mit Fehlern

Kreuzen Sie an!

richtig	falsch	Achsenbezeichnungen
richtig	falsch	Erlösfunktion $E(Q)$
richtig	falsch	Grenzerlösfunktion $E'(Q)$
richtig	falsch	Grenzkostenfunktion $K'(Q)$
richtig	falsch	langfristige Preisuntergrenze im Einproduktunternehmen p^*
richtig	falsch	optimale Menge Q^*
richtig	falsch	maximaler Deckungsbeitrag DB^*

(2.) Seit nunmehr 7 Jahren beliefert die ARKANSAS-RUBBER INC. [Unternehmen A] alle Reifenhersteller der Welt mit dem Kautschukzusatz FAST 89 für Hochleistungsreifen. Der Preis für eine Tonne FAST 89 liegt bei 12 Geldeinheiten [GE], der Absatz bei 24 Tonnen täglich.

Bis vor kurzem gab es kein vergleichbares Produkt im Markt. Mittlerweile gelang es aber der GUMMIARTIKEL GMBH [Unternehmen B], den nicht patentierten Kautschukzusatz FAST 89 mit der Marke RUBBER-X nachzustellen. Es ist allgemein bekannt, daß es sich bei den beiden Marken um den gleichen Zusatz handelt. Die Stabsabteilung „Unternehmensstrategie" der GUMMIARTIKEL GMBH vermutet, daß bei einem Marktzutritt mit z.B. 8 Tonnen täglich bei Konstanz der Menge FAST 89 der Weltmarktpreis des Kautschukzusatzes auf 10 GE fallen könnte. Man nimmt an, daß die ARKANSAS-RUBBER INC. nach der **Cournot-Erwartungsprämisse** handelt.

Außerdem unterstellt die GUMMIARTIKEL GMBH, daß bei der Herstellung von FAST 89 je Tonne 4 GE direkt zurechenbare Kosten anfallen, während man für das eigene Produkt RUBBER-X von 8 GE ausgeht.

(2.1) Ermitteln Sie zunächst die lineare Preis-Absatzfunktion.

(2.2) Berechnen Sie die Reaktionsfunktionen.

(2.3) Die beiden Unternehmen verhalten sich nach Cournot. Unterbreiten Sie der Stabsabteilung „Unternehmensstrategie" der GUMMIARTIKEL GMBH einen Vorschlag zur optimalen Marktzutrittsmenge q^B.

(2.4) Berechnen Sie die Deckungsbeiträge und Marktanteile der beiden Unternehmen im Gleichgewicht. Bestimmen Sie den Herfindahl-Index im Gleichgewicht.

(2.5) Jetzt verhält sich **nur** die ARKANSAS-RUBBER INC. [Unternehmen A] nach Cournot. Die GUMMIARTIKEL GMBH [Unternehmen B] versucht eine massive Verdrängungsstrategie. Sie ermittelt, welche Menge RUBBER-X notwendig wäre, um die ARKANSAS-RUBBER INC. mit der Marke FAST 89 auf einen Dekkungsbeitrag von nur 16 GE zu zwingen. Bestimmen Sie diese Menge RUBBER-X.

Hilfe: Falls notwendig:

$$\text{Wenn } ax^2 + 2bx + c = 0, \text{ dann ist } x_{1,2} = \frac{-b \pm \sqrt{\left(b^2 - ac\right)}}{a}$$

(3.) Als Mitarbeiter der strategischen Planung bei der ZWIGG AG (Unternehmen a) erstellen Sie für die Produktlinie *ChaCha* (Kosmetika) eine Strategieanalyse. Nach Auswertung empirischer Daten können Sie das Verhalten ihres einzigen Wettbewerbers b gut mit einer **Cournotschen Reaktionsfunktion** erklären:

$$R^b: \quad q^b\left(q^a\right) \quad = 36\frac{1}{2} - \frac{1}{2} \cdot q^a$$

Für die Produktlinie *ChaCha* gelten die folgenden Daten:

Preis im Oktober '96:	31,-	
Absatz im Oktober '96:	25	Stück
direkt zurechenbare Kosten:	5,-	pro Stück
Gemeinkosten des *ChaCha* Profit-Centers im Mai:	100,-	

Der Verkauf stellt hypothetische Überlegungen zu einer möglichen **alternativen** Preis-Absatz Kombination an. Hierin spiegeln sich die Preiserwartungen für unterschiedliche Absatzmengen wieder.

Alternative Preis-Absatz Kombination laut Verkauf:

	Alternative
Preis	32,5
Absatz pro Monat q^a	22

(3.1) Schätzen Sie die Preis-Absatzfunktion und die Kostenfunktion

(3.2) Welcher Marktanteil q^a / Q kann im Markt **langfristig** erzielt werden, wenn Sie den Gewinn maximieren möchten?

(3.3) Angenommen Sie vermuten, daß Ihr Wettbewerber Fixkosten von DM 80 und variable Stückkosten von DM 7 hat. Welche Menge müßten Sie mindestens anbieten, um Ihren Wettbewerber in den Verlust und damit aus dem Markt zu treiben (d.h. $\Pi^b = 0$)?

Hilfe: Falls notwendig:

$$\text{Wenn } ax^2 + 2bx + c = 0, \text{ dann ist } x_{1,2} = \frac{-b \pm \sqrt{\left(b^2 - ac\right)}}{a}$$

(4.) Sie möchten die Grenzkosten des Unternehmens *SUPER TIGER*, monopolistischer Hersteller von kuscheligen Monstertieren, herausfinden. Nach eingehender Recherche im Kuschelmarkt kennen Sie die Preiselastizität der Nachfrage: $e = 2$. Außerdem beträgt der Preis für Monsterkuscheltiere ca. 30 Geldeinheiten. Bestimmen Sie die Grenzkosten des Unternehmens *SUPER TIGER*.

Überprüfen Sie die folgenden Stichworte (Quelle: Gablers Wirtschaftslexikon)

•Amoroso-Robinson Relation •Cournotsches Duopol •Cournotscher Punkt •GATT •Grenzerlösfunktion •Herfindahl-Koeffizient •Lorenzkurve •Marktformen •Markteintrittsschranken •Monopol •Monopolgrad •nicht-tariffäre Handelshemmnisse •Oligopol •Preisdifferenzierung •Reaktionsfunktion •Segmentierung

8 Wohlfahrtsökonomie

Stellen wir uns eine **Gesellschaft** vor, in der private Haushalte aller Güter beraubt sind. Wenn wir jetzt auf die privaten Haushalte Güter zur Konsumption verteilen, dann entsteht Nutzen. Allerdings wäre es ein großer Zufall, wenn diese willkürliche Güterverteilung optimal für die vielen Entscheidungsträger wäre. Private Haushalte beginnen deshalb, Güter zu **tauschen**. Hierdurch steigt ihr Nutzen. Außerdem **gründen** sie Unternehmen und setzen die Güter als Faktoren zur Herstellung anderer Güter ein, die letztlich wieder zum Konsum bereitstehen. Hierdurch kommt es nochmals zu einer Nutzensteigerung für die Menschen in unserem System. Eine freie Marktordnung gestattet den Tausch und die Unternehmensgründungen, wodurch sich der **Gesamtnutzen**, den wir auch als **Wohlfahrt** bezeichnen, erhöht, bis das System ins Gleichgewicht kommt.

Im **Allgemeinen Gleichgewicht** einer solchen freien Marktordnung planen sowohl Haushalte als auch Unternehmen optimale Angebots- und Nachfragemengen: Haushalte maximieren ihren Nutzen und Unternehmen ihren Gewinn auf der Grundlage herrschender Marktpreise, Budgets und Technologierestriktionen. Die Angebots- und Nachfragemengen räumen alle Märkte. Einzelne Individuen könnten ihren Nutzen nur dadurch noch erhöhen, indem sie andere schlechter stellen. Diese würden aber einer solchen **Umverteilung** freiwillig nicht zustimmen. Die Ordnung wäre verletzt. Wir bezeichnen einen solchen optimalen Modellzustand nach dem italienischen Ökonomen **W. M. Pareto (1848-1923)** als eine paretoeffiziente Allokation (Güterverteilung).

Allerdings kann die freie Ordnung auch Kräfte mobilisieren, die eine wohlfahrtmindernde Wirkung haben. Beispiele hierfür sind Monopole und Oligopole, Umweltverschmutzung, konjunkturelle Abschwünge und Ausbeutung. Wir fragen deshalb:

> Funktionieren der Tausch und die Produktion in unserem Marktsystem wirklich optimal? Gibt es Anlässe für den Staat, regulierend einzugreifen?

Um diese Fragen zu beantworten, würden wir gerne den Gesamtnutzen im System ermitteln, um dann zu überprüfen, ob durch bestimmte staatliche Eingriffe die Wohlfahrt noch erhöht werden könnte.

Da wir die Nutzen der privaten Haushalte nicht aufaddieren können (vgl. Abschnitte 2.1 - 2.3, S. 9-16), läßt sich der Gesamtnutzen in unserem Marktmodell nicht ermitteln. Man kann deshalb keiner Bevölkerungsgruppe etwas gegen ihren Willen wegnehmen, es einer anderen Gruppe übertragen und behaupten, daß die (mikroökonomische) Wohlfahrt hierdurch steigt. Doch Vorsicht: Man kann auch nicht umgekehrt behaupten, daß durch eine solche Umverteilungsmaßnahme die Wohlfahrt sinkt. Die Beurteilung einer solchen Politik vollzieht sich außerhalb der Mikroökonomie, wie wir sie kennengelernt haben.

Uns bleibt aber das **Konzept der Paretoeffizienz** zur Beurteilung unserer Marktordnung. Einziges Wohlfahrtsziel, welches mit dem Marktsystem und der Mikroökonomie vereinbar ist, besteht darin, freiwillige Verteilungen der Güter so herbeizuführen, daß niemand besser gestellt werden kann, ohne daß andere sich verschlechtern.

Wenn Monopole oder Oligopole einen **Extragewinn** abschöpfen, dann befindet sich das System nicht in einem optimalen Zustand. Die nutzenstiftende Gütermenge fällt geringer aus und verkauft sich zu höheren Preisen, als dieses bei vollkommener Konkurrenz der Fall wäre. Alle privaten Haushalte einschließlich derer, die maßgeblich von den Extragewinnen profitieren, könnten besser gestellt werden, wenn die Konkurrenz zunähme. In Anbetracht dieser Erkenntnis versuchen alle entwickelten Volkswirtschaften, Wirtschaftskonzentrationen zu **kontrollieren** und zu verringern.

8.1 Vergleich Monopol, Duopol und vollkommene Konkurrenz

Wir konstruieren jetzt ein einfaches Modell, um die Wohlfahrtswirkung eines Monopols, und eines Duopols mit einer Branche, in der vollkommene Konkurrenz herrscht, zu vergleichen. Der Nutzen in einer Volkswirtschaft entsteht durch Art, Anzahl, Verteilung und Preise der vorhandenen Güter. In unserem **Modell** gehen wir nur von einem Gut aus und zeigen, daß Monopole teurer und weniger von diesem Gut anbieten als Oligopole. Diese wiederum bringen das Gut zu höheren Preisen und in geringerer Stückzahl auf den Markt als eine polypolistische Branche. Wir können deshalb vermuten, daß die Wohlfahrt mit zunehmender Konzentration sinkt.

1. Fall: Vollkommene Konkurrenz

Wir gehen davon aus, daß Gleichgewicht herrscht und die Informationen vollkommen und symmetrisch verteilt sind. Abbildung 124, S. 184 zeigt die Kosten eines Unternehmens, welches sich in einem polypolistischen Wettbewerb befindet.

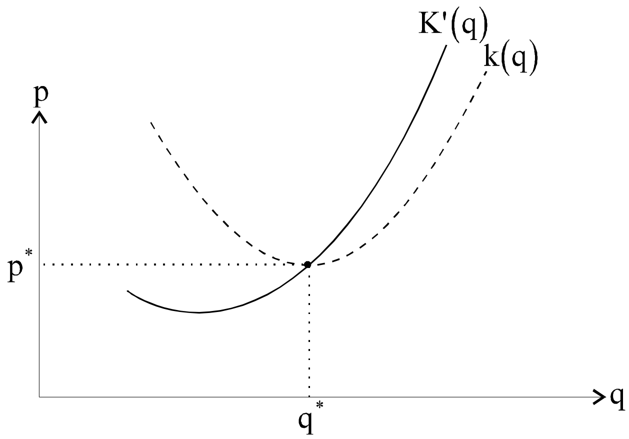


Abb. 124: Kostenkurven eines Unternehmens bei vollkommener Konkurrenz

Durch das hohe Maß an Wettbewerb untereinander, aufgrund von Marktzutritten weiterer Unternehmen und Ausweitung des Angebots der Branche, sinkt der Preis bis auf das Stückkostenminimum ab. Im Stückkostenminimum schneidet die Grenzkostenkurve die Stückkostenkurve (vgl. Abschnitt 4.4, S. 69). Da wir ein Gleichgewicht mit vollkommenen und symmetrischen Informationen unterstellen, produzieren alle Unternehmen mit der gleichen (gewinnmaximalen) Technologie die gleiche Menge zu den gleichen Grenz- und Stückkosten. Wir können deshalb eine **horizontale Gerade** konstruieren, die für die gesamte Branche den konstanten Preis anzeigt, der für jede angebotene Menge gilt. Diese Gerade stellt die **Angebotskurve** im polypolistischen Gleichgewichtsmarkt bei freiem Marktzu- und -austritt dar. Die Preis-Absatzkurve schneidet die Angebotskurve an der Stelle der Gleichgewichtsmenge Q^* (vgl. Abb. 125, S. 185).

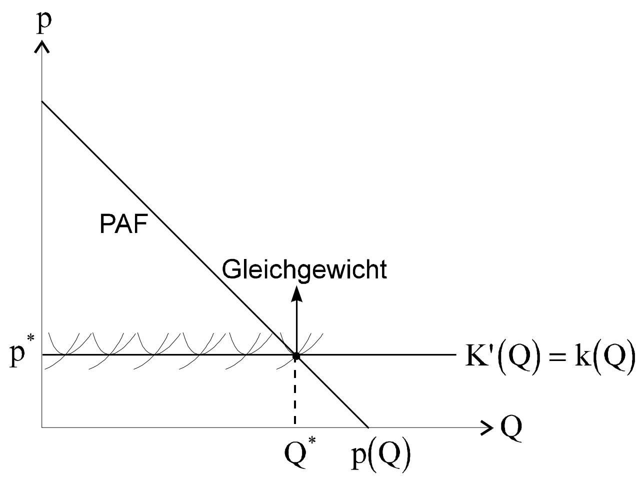


Abb. 125: Gleichgewicht in der Branche

Der Gleichgewichtspunkt zeigt die **Anzahl der Unternehmen** an, die im Polypol im Markt existieren können. Würden weitere Unternehmen in das Polypol eintreten, müßte der Preis sinken und alle Unternehmen könnten nur mit Verlust produzieren. Verlassen Unternehmen das Polypol, so daß der Preis über das Gleichgewichtsniveau ansteigt, dann liegt hierin ein Anreiz für den sofortigen Marktzutritt anderer Wettbewerber.

2. Fall: Die Duopolisierung der Branche

Die Unternehmen der Branche werden von **zwei unterschiedlichen Investoren** aufgekauft. Es entsteht ein Cournot-Duopol. Die Technologie und die Preis-Absatzfunktion bleiben gleich. Dieser Fall gestattet es uns, die Wirkung der Konzentration losgelöst von Veränderungen der Technologie oder der Nachfrage zu analysieren.

3. Fall: Die Monopolisierung der Branche

Alle Unternehmen in der Branche werden nur von **einem Investor** aufgekauft. Es entsteht ein Monopol. Die Technologie und die Preis-Absatzfunktion bleiben unverändert.

Wir wollen nun die **Wohlfahrtsveränderungen** analysieren.

Rechenbeispiel: Konzentration und Wohlfahrt

Problem

1. Fall: Das Polypol

In einem Markt polypolistischer Anbieter lautet die Nachfragefunktion:

$$Q(p) = 50 - 2 \cdot p$$

Aufgrund des Wettbewerbs untereinander produziert jedes Unternehmen am Stückkostenminimum:

$$K' = k = 12$$

2. Fall: Das Duopol

Zwei Investoren kaufen die Branche je zur Hälfte auf. Sie verhalten sich gemäß der Cournotschen Erwartungsprämisse. Mengenanpassungen geschehen durch Stillegung einzelner Betrieb. Es gibt keine Marktzutrittsdrohungen neuer Konkurrenten.

3. Fall: Das Monopol

Nur ein Investor kauft die gesamte Branche auf. Mengenanpassungen geschehen durch Stillegung einzelner Betrieb. Es gibt keine Marktzutrittsdrohungen neuer Konkurrenten.

Es ist die Wohlfahrt in den drei Fällen zu vergleichen.

Lösungsweg

1. Fall: Das Polypol

Der Preis im Polypol beträgt $p = K' = k = 12$.

Setzen wir diesen Preis in die Preis-Absatzfunktion ein, dann erhalten wir die Gleichgewichtsmenge:

$$Q^*(12) = 50 - 2 \cdot 12$$

$$Q^*(12) = 26$$

2. Fall: Das Duopol

Es handelt sich um ein **symmetrisches** Duopol mit den beiden Unternehmen a und b. Die **Zielfunktion** des Unternehmens a lautet:

$$\Pi^a\left(q^a\right) \qquad = p(Q)\cdot q^a - K_f - K'\cdot q^a$$

$K' = 12$ ist hier konstant, da in unserem Modell die Duopolisten Mengenanpassungen durch die **Variation der Anzahl der Betriebe** durchführen. Setzen wir die Preis-Absatzfunktion und die Grenzkosten in die Zielfunktion ein, dann können wir diese maximieren:

$$\begin{aligned}
\Pi^a\left(q^a\right) \qquad &= \left(25 - \frac{1}{2}\cdot q^a - \frac{1}{2}\cdot q^b\right)\cdot q^a - K_f - 12\cdot q^a \\
&= 25\cdot q^a - \frac{1}{2}\cdot {q^a}^2 - \frac{1}{2}\cdot q^b\cdot q^a - K_f - 12\cdot q^a \\
&= 13\cdot q^a - \frac{1}{2}\cdot {q^a}^2 - \frac{1}{2}\cdot q^b\cdot q^a - K_f
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
\Pi'_{q^a}\left(q^a\right) \qquad &= 13 - \left(2\cdot\frac{1}{2}\cdot q^a\right) - \frac{1}{2}\cdot q^b \qquad &= 0 \\
&= 13 - q^a - \frac{1}{2}\cdot q^b \qquad &= 0
\end{aligned}$$

Die **Reaktionsfunktion** des Unternehmens a lautet:

$$\boxed{q^a\left(q^b\right) \qquad = 13 - \frac{1}{2}\cdot q^b}$$

Da ein symmetrisches Duopol vorliegt, entspricht die Reaktionsfunktion des Unternehmens a auch der Reaktionsfunktion des Unternehmens b. Wir können deshalb ohne jede weitere Berechnung die **Reaktionsfunktion** des Unternehmens b angeben:

$$\boxed{q^b\left(q^a\right) \qquad = 13 - \frac{1}{2}\cdot q^a}$$

Abbildung 126, S. 188 zeigt beide Reaktionsfunktionen.

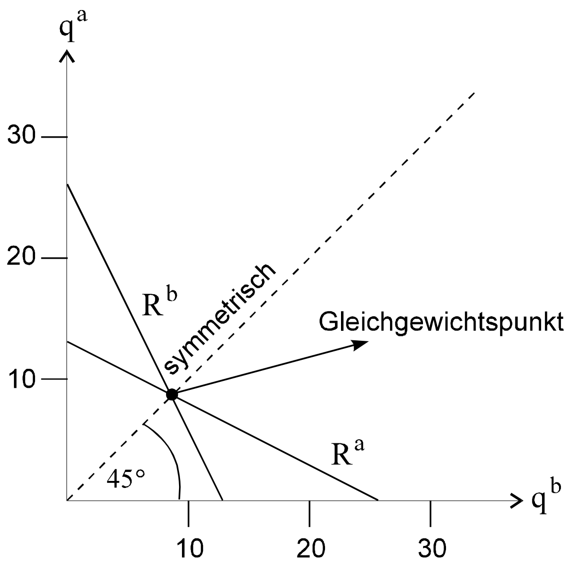


Abb. 126: Symmetrisches Duopol

Um den **Gleichgewichtspunkt** zu errechnen, setzen wir $q^b(q^a)$ in $q^a(q^b)$ ein:

$$
\begin{aligned}
q^{a^*} &= 13 - \frac{1}{2} \cdot \left(13 - \frac{1}{2} \cdot q^{a^*}\right) \\
&= 13 - 6{,}5 + \frac{1}{4} \cdot q^{a^*} \\
\frac{3}{4} \cdot q^{a^*} &= 6{,}5 \\
q^{a^*} &= \frac{26}{3} \quad = 8\frac{2}{3}
\end{aligned}
$$

Die **Gesamtmenge** Q^* setzt sich aus der Menge q^{a^*} und der Menge q^{b^*} zusammen:

$$
Q^* \quad = 8\frac{2}{3} + 8\frac{2}{3} \quad = 17\frac{1}{3}
$$

Um den **Gleichgewichtspreis** zu bestimmen, setzen wir die Menge Q in die Preis-Absatzfunktion ein:

$$
\begin{aligned}
p(Q^*) &= 25 - \frac{1}{2} \cdot 17\frac{1}{3} \\
&= \frac{98}{6} \quad = 16\frac{1}{3}
\end{aligned}
$$

3. Fall: Das Monopol

Die **Zielfunktion** des Monopols lautet:

$$\Pi(Q) \quad = p(Q) \cdot Q - K_f - K' \cdot Q$$

Im **Gewinnmaximum** entsprechen sich Grenzerlös und Grenzkosten:

$$E'(Q) \quad = \frac{dp(Q)}{dQ} \cdot Q + p(Q) \qquad = K'$$

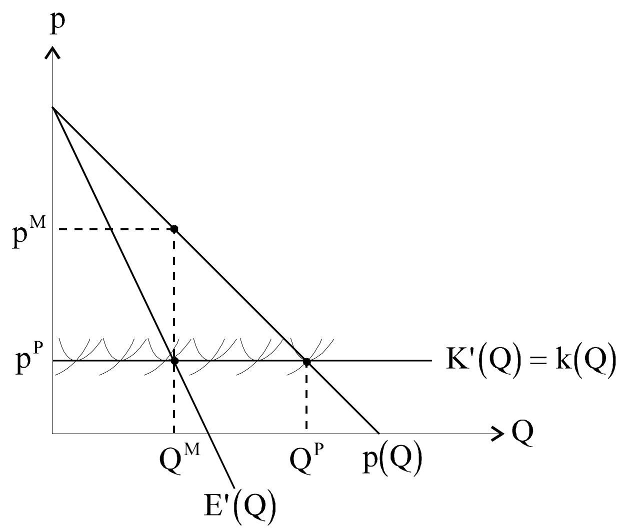


Abb. 127: Monopolisierte Branche

Zur Berechnung der **optimalen Absatzmenge** differenzieren wir die Erlösfunktion und setzen die Ableitung mit den Grenzkosten $K' = 12$ gleich:

$$E(Q) \quad = \left(25 - \frac{1}{2} \cdot Q\right) \cdot Q$$

$$E'(Q) \quad = -\frac{1}{2} \cdot Q^* + 25 - \frac{1}{2} \cdot Q^* \qquad = 12$$

$$= 25 - Q^* \qquad = 12$$

Hieraus folgt die optimale Absatzmenge des Monopols:

$$Q^* \quad = 13$$

Setzen wir diese Menge Q^* in die Preis-Absatzfunktion ein, dann erhalten wir den **Gleichgewichtspreis**:

$$p^* \qquad = 25 - \frac{1}{2} \cdot 13$$

$$p^* \qquad = 18\frac{1}{2}$$

Ergebnis

Das **Polypol** gewährleistet eine größere Produktmenge bei niedrigeren Preisen als das **Duopol** und dieses ist wiederum günstiger als das **Monopol**. Da in unserem Modell einzig Produkte Nutzen stiften schließen wir, daß die Wohlfahrt beim Polypol größer als beim Duopol und dort größer als beim Monopol ist.

Wettbewerbs-struktur	**Preis**	**Menge**
Polypol	12	26
Cournot-Oligopol	$16\frac{1}{3}$	$17\frac{1}{3}$
Monopol	$18\frac{1}{2}$	13

Abb. 128: Wettbewerb und Wohlfahrt im Überblick

❑

Das dargestellte Modell zur Beurteilung der Wohlfahrtseffekte verschiedener Wettbewerbsstrukturen läßt eine Reihe Aspekte außer Betracht. Insbesondere kommt es nicht nur auf die **Gütermenge** in einer Volkswirtschaft an, sondern auch auf deren **Verteilung** auf die einzelnen privaten Haushalte. Es gibt entgegen der Schlußfolgerung aus unserem Modell auch Gründe, die für höhere Wirtschaftskonzentrationen sprechen. Ohne Diskussion führen wir nachfolgend einige Thesen an:

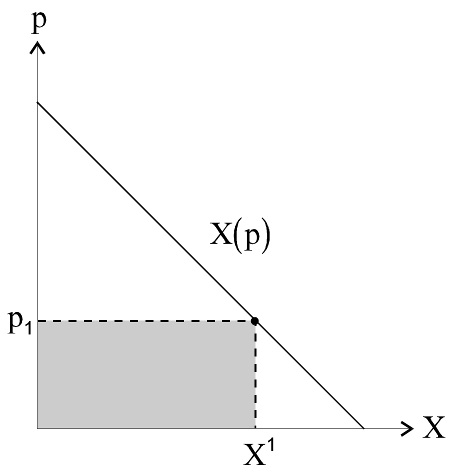
- Unternehmenszusammenschlüsse führen häufig zu einer größeren Effizienz durch die Nutzung von Synergieeffekten in der Produktion und im Management.
- Unternehmenszusammenschlüsse, die verschiedene Produkte in eine Hand legen, tragen zur Risikostreuung in Unternehmen bei (Portfoliobildung). Sie sichern damit Arbeitsplätze und Gewinne.

- Monopolistische Extragewinne stellen einen notwendigen und effektiven Anreiz für Investitionen in den technischen Fortschritt dar. In einem polypolistischen Wettbewerb können Unternehmen nicht ihre hohen Forschungsausgaben amortisieren. Der technische Fortschritt unterbleibt.
- Wirtschaftskonzentrationen führen nicht zu ausbeuterischen Extragewinnen, da es jedem frei steht, ein Konkurrenzunternehmen zu gründen, sich an den Extragewinnen zu beteiligen und sie damit zu reduzieren (Theorie der „Contestable Markets"). Wenn aber dieser Marktzutritt unterbleibt, dann stellen Extragewinne lediglich die notwendige Verzinsung des innovativen Kapitals dar.

8.2 Verkäufer- und Käuferrente

Die Nutzen der einzelnen Individuen lassen sich nicht aggregieren. Deshalb können wir die Wohlfahrt in der Volkswirtschaft nicht in **absoluten** Größen messen. Es gelingt uns aber, Änderungen der Wohlfahrt zu bestimmen. Wir können in manchen Situationen Aussagen darüber treffen, ob die Wohlfahrt steigt oder absinkt. Im letzten Abschnitt sahen wir, daß unter bestimmten Wettbewerbsformen der Güterbestand im Gleichgewicht und damit auch die Wohlfahrt größer als unter anderen Wettbewerbsformen ist (dominante Positionen). Diese Argumentation bricht in dem Augenblick zusammen, wo es in unterschiedlichen Wettbewerbsformen von einigen Gütern mehr, von anderen aber weniger gibt. Dann wären Nutzenvergleiche notwendig, um den Wohlfahrtseffekt feststellen zu können, die wir aber nicht durchführen können.

Eine andere Vorgehensweise für die Abschätzung von Wohlfahrtsänderungen verfolgt man mit dem Konzept der **Verkäufer-** und **Käuferrente**. In Abschnitt 7.2.3, S. 156, haben wir hierüber schon einiges im Zusammenhang mit der Preisdifferenzierung und Marktsegmentierung durch das Monopol erfahren. Unter der Käuferrente oder dem Käufersurplus versteht man den Wert der gesamten **Zahlungsbereitschaft** der Käufer für eine Gütermenge, abzüglich des tatsächlich zu leistenden niedrigeren Betrages (vgl. Abb. 129 u. 130, S. 192).



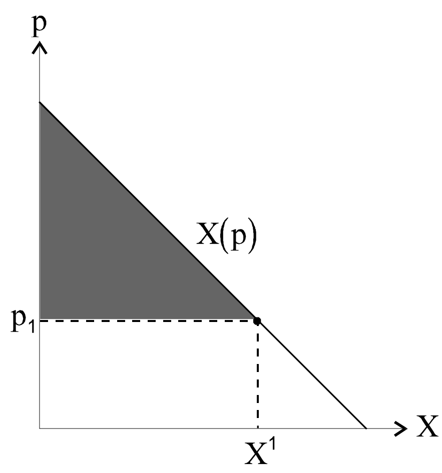
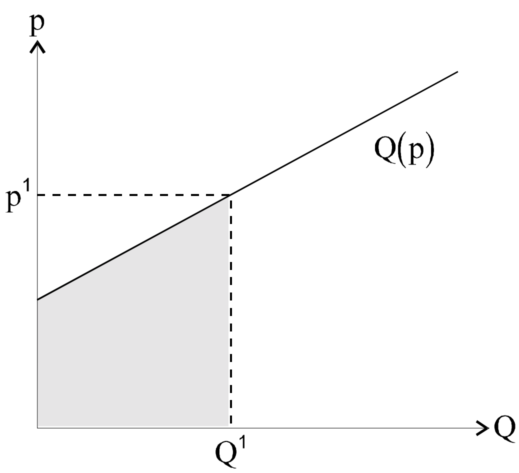


Abb. 129: Von den Käufern zu leistender Betrag

Abb. 130: Käuferrente (-surplus)

Die **Verkäuferrente** bezeichnet den gesamten Erlös abzüglich des niedrigeren Wertes der gesamten **Lieferbereitschaft** für eine Gütermenge (vgl. Abb. 131 u. 132). Der Wert der gesamten Lieferbereitschaft entspricht dem Geldbetrag, der dem Verkäufer mindestens für eine Menge Q zu zahlen ist. Wir können hierzu die Menge in n kleine Segmente ΔQ zerlegen und nach den Mindestpreisen p_i, $i = 1 \ldots n$, fragen, die zu einem jeweils weiteren Angebot von ΔQ führen. Die Summe $\sum_{i=1}^{n} p_i \cdot \Delta Q$ entspricht für kleine ΔQ der Fläche unter der Angebotsfunktion $Q(p)$.



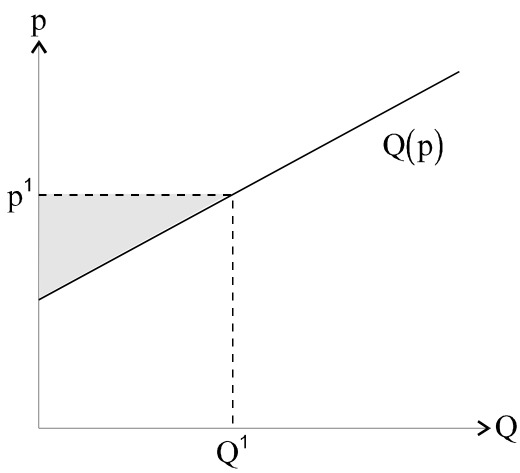


Abb. 131: Wert der Lieferbereitschaft im Polypol

Abb. 132: Verkäuferrente (surplus) im Polypol

Die Verkäufer- und Käuferrenten stellen Geldbeträge dar. Sie lassen sich **empirisch** messen. Diese Geldbeträge werden nicht wirklich ausgezahlt: Der Käufer muß den Geldbetrag, der seiner Konsumentenrente entspricht, nicht an den Verkäufer abführen. Er kann ihn einbehalten und anderen Verwendungen zuführen. Käufer- und Verkäuferrenten können folgendermaßen im **Sinne der Paretoeffizienz** für wirtschaftspolitische Entscheidungen verwendet werden:

- Wenn durch eine Politik die **Käufer-** und die **Verkäuferrente** zunehmen, dann steigt die Wohlfahrt und die Politik ist positiv zu bewerten.
- Wenn die Käuferrente durch eine Politik abnimmt, aber die Verkäuferrente so stark zunimmt, daß die **Verkäufer** aus ihrem Gewinn die Käufer für ihren Verlust **kompensieren** könnten (Umverteilung), dann steigt die Wohlfahrt und die Politik ist positiv zu bewerten.
- Wenn die Verkäuferrente durch eine Politik abnimmt, aber die Käuferrente so stark zunimmt, daß die **Käufer** aus ihrem Gewinn die Verkäufer für ihren Verlust **kompensieren** könnten (Umverteilung), dann steigt die Wohlfahrt und die Politik ist positiv zu bewerten.

Wenn also alle Akteure durch eine Politik einen geldwerten Vorteil erlangen, sei es unmittelbar oder durch eine Kompensation, dann steigt die W**ohlfahrt** im Sinne unseres mikroökonomischen Ansatzes.

Die Käuferrente S^K können wir mit Hilfe des **Integrals der Nachfragefunktion** $p(X)$ messen (vgl. Abb. 130, S. 192):

$$S^K(0,Q_1) \qquad = \int_0^{X_1} p(X)\,dX - p_1 \cdot X_1$$

Ebenso läßt sich die Verkäuferente aus der **Angebotsfunktion** $p(Q)$ bestimmen (vgl. Abb. 132, S. 192):

$$S^V(0,Q_1) \qquad = p_1 \cdot Q_1 - \int_0^{Q_1} p(Q)\,dQ$$

Wir verwenden nun das Konzept der Käufer- und Verkäuferrente beim Wohlfahrtsvergleich des Monopols mit dem polypolistischen Markt. Hierbei gehen wir von dem im vorherigen Abschnitt beschriebenen **3. Fall** aus:

> Ein Investor beherrscht eine große Anzahl einzelner Betriebe. Jeder Betrieb produziert am Stückkostenminimum. Mengenanpassungen geschehen durch Schließung alter oder Schaffung neuer Betriebe.

Abbildung 133 zeigt die Käufer- und Verkäuferrente im Gleichgewicht: $Q = X$. Die Käuferrente im Monopol wird durch das **Dreieck a-d-e** zwischen Ordinate, Preis-Absatzfunktion und Preis dargestellt. Die Verkäuferrente ergibt sich aus der Differenz des Erlöses und dem Wert der Lieferbereitschaft, die der Fläche unter der Stückkostengeraden in den Grenzen 0 und Q^M entspricht. Die Verkäuferrente gleicht dem Monopolgewinn.

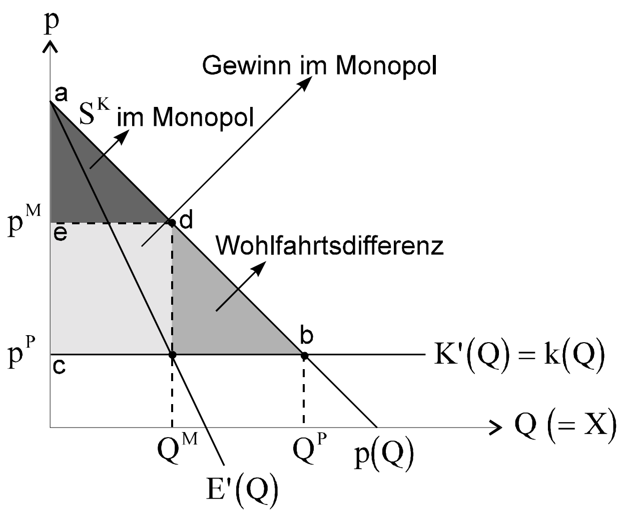


Abb. 133: Käuferrente und Monopolgewinn

Nun betrachten wir den **1. Fall**: Das Monopol wird beseitigt und es bildet sich eine polypolistische Konkurrenz heraus. Die Käuferrente wächst auf das **Dreieck a-b-c** zwischen der Ordinate, der Preis-Absatzfunktion und der horizontalen Stückkostenfunktion. Die Verkäuferrente (Monopolgewinn) verschwindet (vgl. Abb. 133, S. 194). Unter Berücksichtigung des Paretokriteriums können wir den **Wohlfahrtseffekt** analysieren:

> Die Käuferrente nimmt stärker zu, als die Verkäuferrente abnimmt. Damit könnten die privaten Haushalte, die als Käufer gewinnen, die privaten Haushalte, die an dem Monopol beteiligt waren und nun in ihrer Funktion als Verkäufer verlieren, kompensieren und trotzdem mit einem Vorteil nachhause gehen. Die Wohlfahrt steigt also durch die Beseitigung des Monopols.

8.3 Externe Effekte

Damit man Güter auf Märkten verkaufen und kaufen kann, müssen bestimmte Voraussetzungen gegeben sein:

Merkmal der Ausschließbarkeit

> Personen, die ein privates Gut nicht kaufen, kommen nicht in dessen Besitz und bleiben von der Nutzung **ausgeschlossen**. Man muß infolgedessen vor der Nutzung einen Preis bezahlen. Die Ausschließbarkeit ist eine **Grundvoraussetzung** für die Tauschfähigkeit von Gütern. Häufig möchte man bewußt eine Nutzung verhindern, da hiermit ein Nachteil verbunden wäre. Betrachten wir den Fall der **Umweltverschmutzung**. Sie wird produziert, man kann sich aber nicht von ihrem Konsum ausschließen. Es handelt sich hierbei nicht um ein privates Gut, dessen Verteilung das Marktsystem durch Tauschhandlungen regelt. Vielmehr läuft die Allokation der Umweltverschmutzung außerhalb (extern) des Marktsystems ab. Sie fällt deshalb unter die Klasse der **externen Güter**. Ein weiteres Beispiel stellt die **nationale Sicherheit** dar. Sie ist ein Gut, in das man erheblich investiert. Sie gilt für alle im Staatsgebiet in gleichem Maße, niemand kann sich ihr durch eine Tauschhandlung entziehen oder sie privat erwerben.

Merkmal der konkurrierenden Nutzung (Rivalität)

> Wenn ein Person ein privates Gut kauft, steht es anderen nicht mehr zur Verfügung, da die Nutzung durch den einen mit der Nutzung durch den anderen **konkurriert**. Bei **öffentlichen Gütern** konkurriert die Nutzung nicht. Als typisches

Beispiel kann man Radiowellen, Fahrten im nur teilweise besetzten Stadtbus oder die nationale Sicherheit anführen:

Privates Gut

Für **private Güter** gelten die Merkmale der Ausschließbarkeit und der Konkurrenz (Rivalität). Diese Güter lassen sich in der bekannten Weise auf Märkten tauschen. Man produziert sie, um einen Gewinn zu erlangen und kauft sie bei Bezahlung des Marktpreises. Wer diese Güter nicht besitzen möchte (oder mangels Vermögen nicht besitzen kann), tauscht nicht und bleibt vom Konsum ausgeschlossen. Wenn aber jemand diese Güter erworben hat, dann kann nicht gleichzeitig ein anderer sie nutzen.

Wir definieren:
Private Güter besitzen das Merkmal der Ausschließbarkeit von der Nutzung.
Außerdem konkurrieren Individuen um diese Güter.

Öffentliches Gut

Stellen wir uns nun den nur teilweise besetzten Stadtbus vor. Die Nutzung des Busses kann man verhindern, Personen aus dem Bus weisen und die Tür schließen. Deshalb läßt sich ein Fahrpreis durchsetzen. Es gilt also die Ausschließbarkeit. Der Konsum konkurriert aber nicht, da noch ausreichend freie Plätze vorhanden sind. Wir nennen die Fahrt im halbvollen Bus ein **öffentliches Gut**.

Wir definieren:
Öffentliche Güter besitzen das Merkmal der Ausschließbarkeit von der Nutzung.
Findet kein Ausschluß statt, konkurrieren die Individuen nicht miteinander um diese Güter.

Private Externalität

Ein Unternehmen bildet Lehrkräfte aus. Einige dieser Mitarbeiter verlassen das Unternehmen nach der Ausbildungszeit und wechseln zu anderen Arbeitgebern. Diese konkurrieren um die ausgebildeten Bewerber. Das ausbildende Unternehmen kann die Wettbewerber nicht von der Nutzung ausschließen. Es erzeugt eine **positive private Externalität**.

Wir definieren:
Bei privaten Externalitäten konkurrieren die Individuen um die Nutzung. Ein Ausschluß einzelner Personen ist aber nicht möglich.

Öffentliche Externalität

Staubwolken entweichen alle paar Wochen aus einer Fabrik und lassen sich in den Gärten der Anwohner nieder. Diese können sich nicht von der Schädigung durch Tausch ausschließen. Die Schädigung, die der eine erfährt, wird auch beim anderen wirksam. Es besteht keine Konkurrenz. In diesem Fall sprechen wir von einer **negativen öffentlichen Externalität**.

Ein großes Industrieunternehmen verlegt seine LKW-Einfahrt auf die andere Seite des Werksgeländes. Jeden Werktag benutzen 50 bis 60 schwere Tank- und Silofahrzeuge die Einfahrt. Nachts kommen noch mal etwa 10 Fahrzeuge hinzu. Die Anwohner an der Zufahrtsstraße können sich nicht marktwirtschaftlich von der Schädigung ausschließen. Sie sind auch alle gleichermaßen betroffen und konkurrieren nicht um das Maß des Schadens miteinander. Auch hier liegt für die Anwohner eine **negative öffentliche Externalität** vor.

Wir definieren:
Von öffentlichen externen Effekten ist kein Ausschluß möglich. Außerdem findet keine Konkurrenz um diese Güter statt.

Weitere Beispiele für öffentliche Externalitäten sind die bereits erwähnten Radiowellen und die nationale Sicherheit, das Licht eines Leuchtturms, der Deichschutz, der Impfschutz sowie die allgemeine Rechtssicherheit. Häufig verwendet man auch den Begriff des **reinen öffentlichen Gutes** in diesem Zusammenhang.

	Ausschlußprinzip gilt	Ausschlußprinzip gilt nicht
Konkurrenz	**privates Gut**	**private Externalität**
keine Konkurrenz	**öffentliches Gut**	**öffentliche Externalität**

Abb. 134: private und öffentliche Güter

Bei Externalitäten liegt ein **Marktversagen** vor. So würden Anwohner eines Chemiewerkes sich gerne von der Schädigung freikaufen. Doch existiert kein Markt. Das Chemiewerk andererseits braucht für den **Produktionsfaktor** „Saubere Luft“ keinen Marktpreis zu bezahlten, da auch hierfür kein Markt existiert. Der Ausbilder von Lehrlingen würde gerne von den neuen Arbeitgebern seiner ehemaligen Schüler eine Ablösesumme erhalten. Doch auch hierfür gibt es, abgesehen von einigen Ausnahmen, keinen Markt. Das Marktsystem koordiniert nicht die Erzeugung und Nutzung externer Güter. Es werden zuviel oder zuwenig Ressourcen in die Produktion dieser Güter hineingesteckt, als dieses volkswirtschaftlich sinnvoll wäre. Es liegt eine **Fehlallokation** vor.
Externe Effekte bestehen zwischen Konsumenten, zwischen Konsumenten und Produzenten und zwischen Produzenten.

Externalitäten zwischen Konsumenten

Manche Nichtraucher in einem Café, die für ein Kännchen Kaffee und ein Tortenstück viel Geld ausgeben, fühlen sich gestört, wenn Raucher sich neben sie setzen. Die Raucher produzieren einen negativen externen Effekt. Die Nichtraucher reagieren mit grimmigen Blicken und verbalen Seitenhieben. Hierdurch erzeugen auch sie eine negative Externalität. Die Raucher geraten in Streß. Angesichts der Situation sind beide Parteien der Meinung, daß der Preis für Kaffee und Kuchen das Vergnügen nicht Wert war.

Externalitäten zwischen einem Konsument und einem Produzent

Anwohner einer Maschinenfabrik stören sich an dem täglichen Lärm aus der Werkshalle. Sie schreiben Beschwerdebriefe und demonstrieren vor dem Werkstor. Der Fabrikbesitzer fühlt sich durch diese Maßnahmen der Anwohner in seiner Unternehmerschaft beeinträchtigt. Jeder meint, der andere sollte etwas rücksichts- und verständnisvoller sein.

Externalitäten zwischen Produzenten

Ein Kraftwerk verschmutzt die Luft. Einige Kilometer weiter östlich liegt eine Chemiefabrik, die über eine Anlage Luft ansaugt. Es herrscht regelmäßiger Westwind. Die angesaugte Luft muß man vor dem Einsatz in der Produktion aufwendig reinigen. Jeder geht davon aus, daß Luft frei zur Verfügung steht.

8.4 Externalitäten, soziale und private Kosten

Private Haushalt und Unternehmen verursachen durch den Konsum und die Produktion private Kosten, die sie verrechnen und in ihre Entscheidungskalküle aufnehmen. Kommt es im Konsum oder in der Produktion zu **positiven** externen Effekten, dann werden die Kosten anderer Haushalte oder Unternehmen verringert, ohne das diese hierfür einen Beitrag leisten. Es entstehen **soziale Erlöse**. Die insgesamt für die Volkswirtschaft wirksamen Kosten (soziale Gesamtkosten) sind dann niedriger, als die Beträge, die privat von dem Erzeuger der externen Effekte verrechnet werden:

> Die **sozialen Gesamtkosten** des Emittenten eines positiven externen Effektes unterschreiten seine privaten Kosten, da soziale Erlöse anfallen. Er konsumiert oder produziert zuwenig. Es liegt eine Fehlallokation vor.

Beim Emittenten eines **negativen** externen Effektes entstehen soziale Kosten, die von der Allgemeinheit zu tragen sind. Addieren wir zu den privaten auch die sozialen Kosten, dann erhalten wir die **sozialen Gesamtkosten**. Es kommt bei einem negativen externen Effekt zu einem Überkonsum oder einer Überproduktion

Die Abbildungen 135 und 136 zeigen die Situationen zweier Unternehmen, die mal einen negativen und mal einen positiven externen Effekt erzeugen. $K^S(q)$ bezeichnet hierin die sozialen Gesamtkosten. Diese liegen bei einem negativen externen Effekt über den privat verrechneten und bei einem positiven externen Effekt darunter.

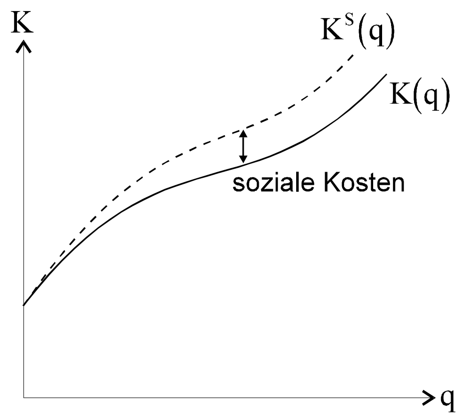


Abb. 135: negativer externer Effekt

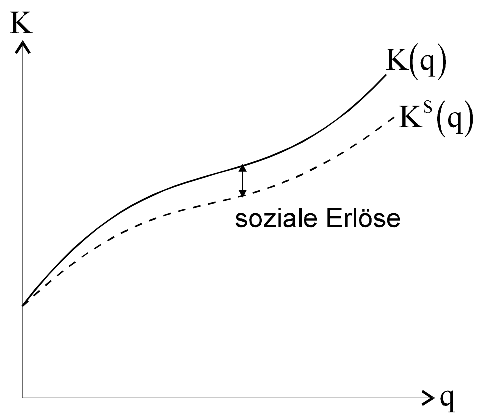


Abb. 136: positiver externer Effekt

Würden die sozialen Gesamtkosten auch tatsächlich privat verrechnet, dann wäre die Produktion bei negativen externen Effekten geringer und bei positiven externen Effekten höher. Die Abbildungen 137 und 138 zeigen diesen Zusammenhang für den polypolistischen Markt.

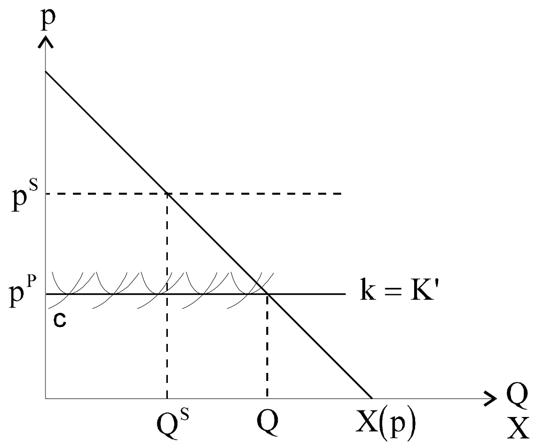


Abb. 137: Überproduktion im Polypol

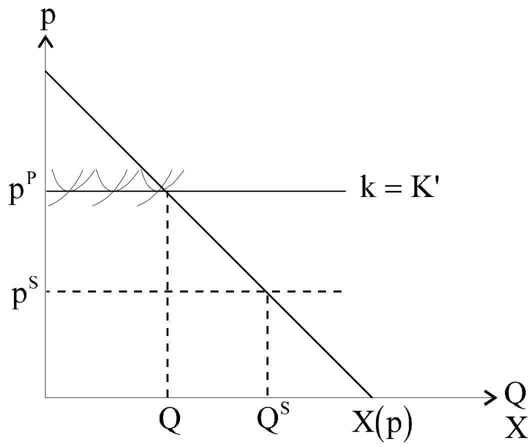


Abb. 138: Unterproduktion im Polypol

Die **Überproduktion** führt zu einem Wohlfahrtsverlust in der Volkswirtschaft. Dieses zeigen wir an dem Fall einer Branche mit einem polypolistischen Wettbewerb. Die Stückkostenkurve der Branche verläuft horizontal (vgl. Abb. 137). Die Branche produziert die Menge Q. Die Konsumentenrente beschreibt das **Dreieck a-b-c** (vgl. Abb. 139, S. 201). Die Branche erzeugt aber soziale Kosten in Höhe des **Rechtecks d-e-b-c**. Den Wohlfahrtsbeitrag der Menge Q erhalten wir aus der Differenz der Konsumentenrente und der sozialen Kosten. Wir müssen also von dem Dreieck a-b-c das Rechteck d-e-b-c abziehen. Erst dieser Nettobeitrag zeigt uns, wieviel die Branche wirklich zur Wohlfahrt beiträgt.

Angenommen, die Branche beschränkt sich auf die Produktion von Q^S (vgl. Abb. 139). Dieses wäre die Menge, die unter Berücksichtigung der sozialen Gesamtkosten als optimal gilt. Dann gleicht die Konsumentenrente nur dem kleinen **Dreieck a-f-d**. Der Betrag dieser Fläche unterschreitet den Betrag der Fläche a-b-c. Wenn wir jedoch die externen Effekte mit berücksichtigen, dann erkennen wir, daß die Fläche a-f-d größer als die Differenz aus der Konsumentenrente a-b-c und den externen Kosten d-e-b-c ist. Den **Wohlfahrtsgewinn** aus der Produktionsbeschränkung auf Q^S können wir durch das Dreieck f-e-b abschätzen.

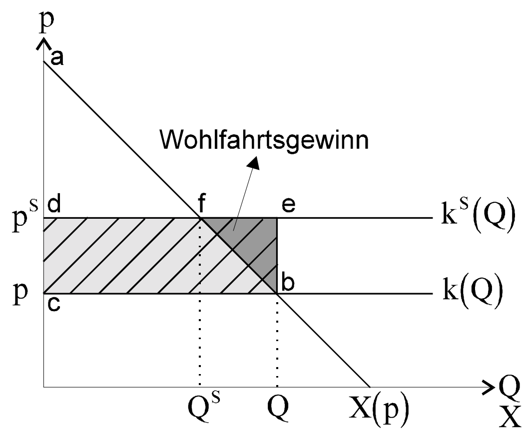


Abb. 139: Produktionseinschränkung und Wohlfahrtsgewinn

Es existieren Lösungsansätze zu dem Problem der Fehlallokaton. Zunächst kann der Staat mit **Verboten** (Grenzwerte bei Emissionen) und **Geboten** (Mindestproduktionswerten) reagieren. Diese Instrumente sind nicht marktwirtschaftlich und deshalb **ordnungspolitisch** bedenklich. Sie führen auch nicht zu einer volkswirtschaftlich optimalen Allokation der Ressourcen. Anders sieht es aus, wenn der Staat versucht, die Differenz zwischen den privaten und den sozialen Gesamtkosten zu ermitteln. Er kann diese Differenz den Unternehmen in der Form beschäftigungsabhängiger positiver oder negativer **Umweltsteuern** in Rechnung stellen. Damit würden die sozialen und die privat verrechneten Gesamtkosten zur Deckung gebracht. Die Maßnahme wäre konform mit der marktwirtschaftlichen Ordnung. Probleme bereitet die **empirische Ermittlung** der sozialen Kosten.

8.5 Aufgaben zum 8. Kapitel

(1.) Multiple Choice

Kreuzen Sie an!

richtig	falsch

Werte leiten sich aus dem Nutzen her. Werte kann man aber auch in Geld messen. Deshalb stellt die Geldmenge in einer Volkswirtschaft ein Maß für die Wohlfahrt dar.

richtig	falsch

Nach dem Paretokriterium gilt: Führe eine Politik dann aus, wenn die Minderheit dafür stimmt und sich die Mehrheit indifferent verhält.

richtig	falsch

Private Güter sind solche, die wir gerne konsumieren.

richtig	falsch

Vom Konsum externer Güter kann man sich nicht ausschließen.

richtig	falsch

Wenn ein Konsument ein Gut verbraucht und deshalb andere Nachfrager dieses Gut nicht mehr haben können, dann konkurriert der Konsum.

richtig	falsch

Produzenten verursachen soziale Kosten, Konsumenten nicht.

(2.) Preise und Kosten messen wir in Geldeinheiten [GE]. Im Markt befindet sich ein Monopol, bestehend aus einer großen Anzahl identischer Betriebe unter einheitlicher Leitung. Die Betriebe produzieren am Stückkostenminimum. Marktzutritte sind nicht möglich.

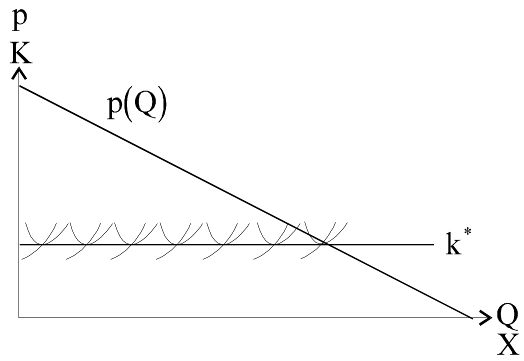


Abb. 140: Monopol - Polypol

Die Nachfragefunktion und die Stückkostenfunktion in dem monopolisierten Markt lauten

$$Q(p) = 80 - 2 \cdot p \qquad \text{und} \qquad k(Q) = 10$$

(2.1) Berechnen Sie den Gleichgewichtspreis und die Gleichgewichtsmenge. Zeichnen Sie ein Diagramm, welches die Verkäufer- und die Käuferrenten verdeutlicht. Tragen Sie die Gleichgewichtsmenge und den Gleichgewichtspreis in die Abbildungen ein.

(2.2) Berechnen Sie die Käuferrente und die Verkäuferrente.

(2.3) Angenommen, die einheitliche Leitung wird aufgehoben. Die Betriebe konkurrieren frei und unabhängig gegeneinander. Marktzutritte werden möglich. Wie verändert sich hierdurch die Käufer- und die Verkäuferrente? Demonstrieren Sie Ihre Aussagen an einer Graphik.

(2.4) Worin liegt der Wohlfahrtsgewinn?

(3.) In einem Polypol produzieren die Unternehmen am Stückkostenminimum. Die Stückkosten der gesamten Branche können wir durch eine horizontale Gerade beschreiben. Die Unternehmen erzeugen einen negativen externen Effekt. Die sozialen Gesamtkosten liegen über den privaten. Erläutern Sie anhand einer Abbildung den Wohlfahrtsgewinn von produktionsabhängigen Umweltsteuern.

Überprüfen Sie die folgenden Stichworte (Quelle: Gablers Wirtschaftslexikon)

•Ausschlußprinzip •externe Effekte •Konsumentenrente •Marktversagen
•öffentliche Güter •Pareto,V.M. •Pareto-Effizienz •soziale Erträge
•soziale Kosten •Wohlfahrtstheorie

9 Anhang

9.1 Lösungshinweise

vgl. S. 8 (1. Kapitel)

(1.) Der Begriff des Gleichgewichts bezeichnet einen Ruhepunkt. Hier gleichen sich alle angreifenden Kräfte in ihren Richtungen und Beträgen gegenseitig aus. Der Ball am Boden des Gefäßes befindet sich an einem solchen Ruhepunkt. Gerät er aus dieser Position, dann rollt er hin und her. Die Amplitude dieser Schwingung reduziert sich, bis der Ball wieder im Ruhezustand verharrt. Das Gleichgewicht ist stabil, da der Ball immer wieder in den Ruhezustand zurückkehrt.

(2.) Wenn Ereignisse korrelieren, dann lassen sie sich räumlich, zeitlich, quantitativ oder qualitativ in Beziehung setzen. In der Wirtschaftswissenschaften dominieren quantitative Beziehungen.

(3.) Ein Modell ist eine zweckmäßige, vereinfachende Abbildung der Realität. Viele Merkmale der Realität werden im Modell weggelassen, manche hervorgehoben. Das Mannequin stellt nicht die Frau ansich dar, sondern betont in idealisierender Weise bestimmte äußere Merkmale, während man andere versucht, auszublenden.

(4.)

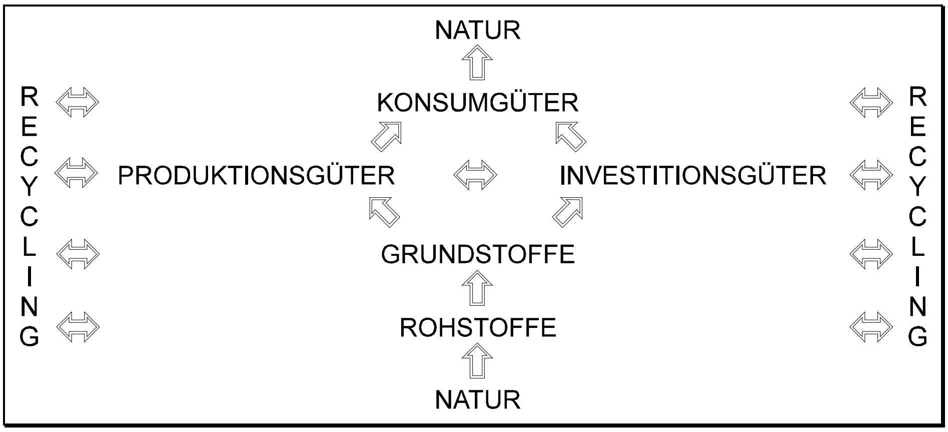


Abb. 141: Stoff- und Energiekreislauf (wie Abb. 2, S. 4)

(5.) Mit dem Begriff der Allokation bezeichnen wir die Verteilung der Güter auf private Haushalte und Betriebe.

(6.) Wüßten der Produzent und der Konsument über das Produkt, seine Anwendungen und seine Vor- und Nachteile das gleiche, dann wäre ein Informationstransfer vom Produzenten hin zum Konsumenten ohne jede Wirkung. Allerdings könnte man mit stimmungshafter Werbung die Bedeutung, die der Konsument einzelnen bekannten Merkmalen des Produktes beimißt, beeinflussen und so sein Kaufverhalten verändern.

(7.) Durch Beobachtung läßt sich die statistische Verteilung der Lebensdauer der Glühbirnen schätzen. Sind die Ersatzzeitpunkte der Glühbirnen bekannt, dann kann man auf der Grundlage der statistischen Verteilung für jeden Zeitpunkt und jede Glühbirne die Wahrscheinlichkeit eines Ausfalls angeben.

vgl. S. 26 - 27 (2. Kapitel)

(1.) Multiple Choice

richtig	**X**

Der Nutzen wächst, wenn ...

richtig	**X**

Handlungen, die aus Präferenzen ...

X	falsch

Die Grenzrate der Substitution gleicht ...

X	falsch

Nutzenfunktionen sind kardinal.

richtig	**X**

"Herr Müller zieht mehr Nutzen ...

X	falsch

"Herr Müller zieht mehr Nutzen ...

richtig	**X**

Eine Budgetgerade beschreibt die Menge ...

richtig	**X**

Eine Höhenlinie verbindet alle Punkte ...

richtig	**X**

Herr Müller behauptet: „Ein Güterkorb A, ...

(2.) **1. Fall:**

Δx_1^A sei gleich 1 und Δx_1^B sei gleich -1. Dies bedeutet, daß die Person A ein Stück vom Produkt Nr. 1 von der Person B erhält. Da die Grenzraten der Substitution gegeben sind, beträgt demzufolge Δx_2^A gleich -2 und Δx_2^B gleich 1. Dieses bedeutet: Wenn die Person A ein Stück vom Gut Nr. 1 erhält, dann ist sie bereit, maximal 2 Stücke vom Gut Nr. 2 abzugeben. Bei zwei Stücken verändert sich ihr Nutzen nicht, der Güterkorb variiert entlang der Indifferenzkurve. Die Person B gibt ein Stück vom Gut Nr. 1 weg. Sie muß mindestens ein Stück vom Gut Nr. 2 erhalten, damit sich ihr Nutzen nicht verringert. Da der eine bereit ist, bis zu zwei Stück herzugeben und der andere mindestens ein Stück haben will, besteht eine Einigungsmöglichkeit.

2. Fall:

Δx_2^A sei gleich -1 und Δx_2^B sei gleich 1. Jetzt möchte Person A mindestens 2 Stücke vom Gut 2 bekommen, aber Person B ist nur bereit, ein Stück herzugeben. Ein Tausch kommt nicht zustande.

3. Ergebnis:

Die Personen tauschen wie im 1. Fall beschrieben.

(3.1)

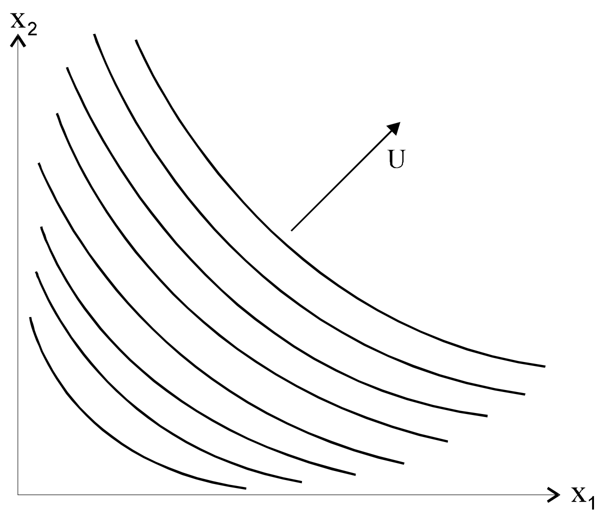


Abb. 142: Indifferenzkurvenschar

- Für alle Güterkörbe existieren Präferenzen (Vollständigkeit).

- Individuen sind rational (transitive Präferenzen)
- Es herrscht überall Nichtsättigung (Monotonie)
- Wenn die Stückzahl einzelner Güter sich im Güterkorb verringert, dann steigt ihr subjektiv beigemessener relativer Wert (Konvexität).

(3.2)

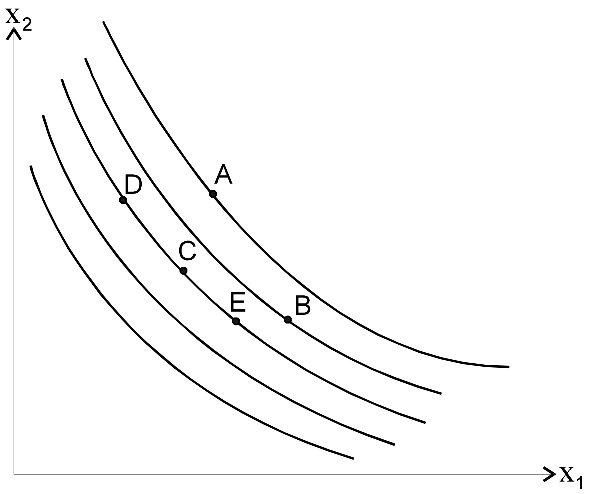


Abb. 143: Güterkörbe und Präferenzen

(3.3) Beispiel: $A \succ B \sim C \succ D \sim A$

Indifferenzkurven würden sich schneiden.

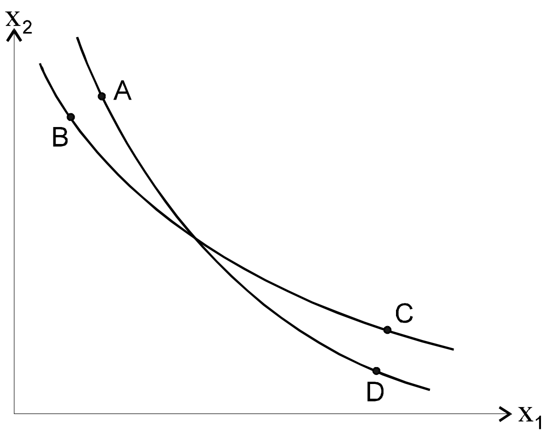


Abb. 144: Intransitivität

vgl. S. 55 - 56 (3. Kapitel)

(1.) Multiple Choice

richtig	**X**

Bei einem inferioren Gut reduziert ...

X	falsch

Individuelle Nachfragefunktionen werden ...

X	falsch

Eine Erhöhung des Nominaleinkommens ...

richtig	**X**

Das Realeinkommen steigt bei einer ...

X	falsch

Nur ein Preis variiert und der Haushalt ...

X	falsch

Der Substitutionseffekt besagt, daß ...

richtig	**X**

Einkommenseffekte bewirken stets ...

richtig	**X**

Bei einer Preiselastizität der Nachfrage von 1 ...

X	falsch

Kreuzpreiselastizitäten enthalten deshalb ...

(2.)

$$e = \left| \frac{dX(p,s)}{ds} \cdot \frac{s}{X(p,s)} \right|$$

$$e = \left| 200 \cdot \frac{360}{-5.000 + \frac{1}{2} \cdot 40.000 + 200 \cdot 360} \right| = 0{,}8275$$

Der Zusammenhang ist inelastisch da $e < 1$.

(3.) $x_1 = 25 - 2 \cdot p_1 + 3 \cdot p_2$

$x_3 = 100 - 5 \cdot p_3 - p_2$

(3.1)

$$e = \left| \frac{dX_3(p_3, p_2)}{dp_2} \cdot \frac{p_2}{X_3(p_3, p_2)} \right|$$

$$e = \left| -1 \cdot \frac{10}{100 - 5 \cdot 2 - 10} \right| \qquad = |-0{,}125| \qquad = 0{,}125$$

(4.)

$$\frac{1}{e} = \left| \frac{dp(X)}{dX} \cdot \frac{X}{p(X)} \right|$$

$$\frac{1}{e} = \left| \frac{A \cdot \left(-\frac{1}{B}\right) \cdot X^{-\frac{1}{B}-1} \cdot X}{A \cdot X^{-\frac{1}{B}}} \right| \qquad = \left| \frac{-\frac{1}{B} \cdot X^{-\frac{1}{B}}}{X^{-\frac{1}{B}}} \right| \quad = \frac{1}{B}$$

(5.) Beide Begriffe bezeichnen aktivierende Vorgänge und enthalten einen wesentlichen emotionalen Anteil. Bei Motiven stehen aber die Ziele der Person im Vordergrund, während es bei den Einstellungen besonders die Bewertungen der Entscheidungsalternativen sind.

(6.) Kaufmotive nach Maslow:

- Physiologische Motive (Schutz vor Gefährdung und Untergang)
- Sicherheitsmotive (Schutz vor unvorhersehbarer Beeinträchtigung)
- Soziale Motive (Wunsch nach Kommunikation)
- Wertschätzungsmotive (Streben nach Selbstvertrauen und Anerkennung)
- Selbstverwirklichungsmotive (Gestaltung des Lebensraums nach eigenen Wertvorstellungen)

(7.) In Stimulus-Response-Modellen sucht man nach einem statistischen Zusammenhang (Korrelation) zwischen der Aussendung bestimmter Reize und Verhaltensbeobachtungen.

vgl. S. 84 - 85 (4. Kapitel)

(1.) Multiple Choice

richtig	**X**

Wenn die unternehmensfixen Kosten steigen (c.p.), ...

X	falsch

Grenzkosten einer linearen Gesamtkostenfunktion ...

X	falsch

Den Gewinn kann man berechnen, indem ...

richtig	**X**

Bei einem U-förmigen Stückkostenkurvenverlauf ...

X	falsch

Unternehmen in einem Polypol sind ...

(2.)

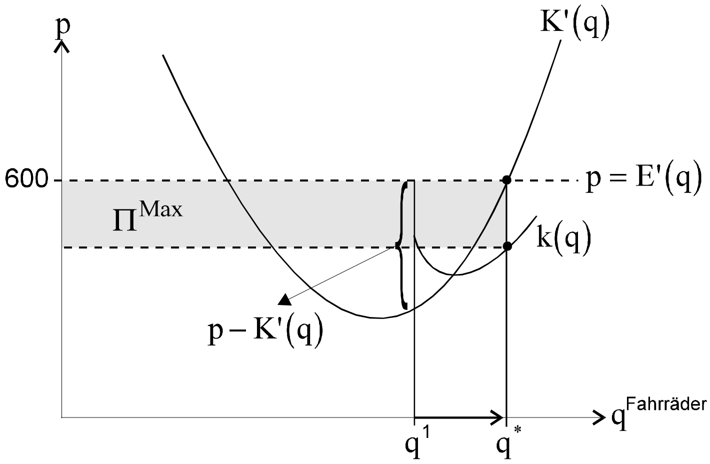


Abb. 145: Grenzdeckungsbeitrag

$$\underset{q}{\mathrm{Max}}\,\Pi(q) \qquad = p \cdot q - K(q)$$

$$\Pi'_q \qquad = p - K'(q^*) \quad = 0$$

$$\Pi''_q \qquad < 0$$

Die fixen Kosten fallen unabhängig von der Produktionsmenge an. Wenn beim letzten produzierten Rad der Preis über den Grenzkosten liegt, dann leistet dieses Rad einen positiven Gewinnbeitrag. Also sollte man so viele Räder fertigen wie positive Gewinnbeiträge anfallen. Dies ist der Fall solange gilt: $p > K'(q)$.

(3.)

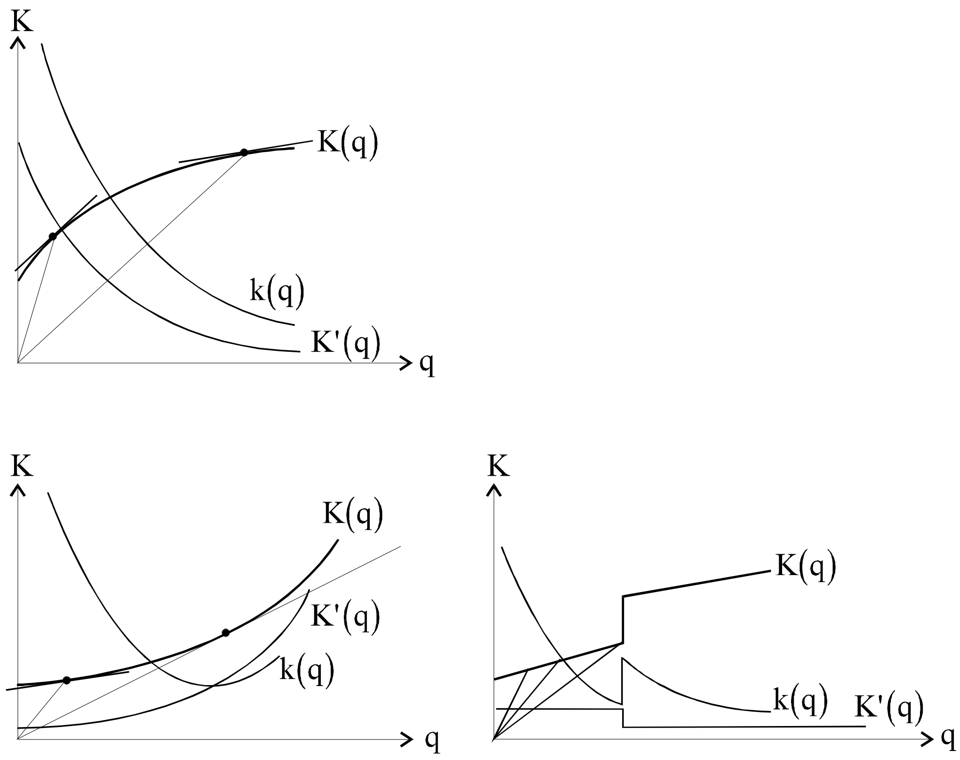


Abb. 146: Kostenkurven

vgl. S. 121 - 122 (5. Kapitel)

(1.) Multiple Choice

richtig	**X**

Die Grenzproduktivität eines Faktors in ...

richtig	**X**

Die Grenzproduktivität zeigt an, um ...

X	falsch

Wenn die Wertgrenzproduktivität den ...

X	falsch

Substitutionale Produktionsfunktionen weisen ...

X	falsch

Unternehmen in einem Polypol sind ...

(2.1)

$$\Pi^{F}(r_1, r_2) = p \cdot F(r_1, r_2) - w_1 \cdot r_1 - w_2 \cdot r_2$$

$$\Pi^{F'}{}_{r_1} = p \cdot F'_{r_1} - w_1 \quad = 0$$

$$\Pi^{F'}{}_{r_2} = p \cdot F'_{r_2} - w_2 \quad = 0$$

$$\Pi^{H}(r_1, r_2) = p \cdot H(r_1, r_2) - w_1 \cdot r_1 - w_2 \cdot r_2$$

$$\Pi^{H'}{}_{r_1} = p \cdot H'_{r_1} - w_1 \quad = 0$$

$$\Pi^{H'}{}_{r_2} = p \cdot H'_{r_2} - w_2 \quad = 0$$

(2.2) $$p \cdot F'_{r_1} - w_1 = 0 \quad \text{oder} \quad F'_{r_1} = \frac{w_1}{p}$$

$$p \cdot H'_{r_1} - w_1 = 0 \quad \text{oder} \quad H'_{r_1} = \frac{w_1}{p}$$

Es folgt: $F'_{r_1} = H'_{r_1}$

(2.3) Um den Gewinn zu maximieren, müssen wir die Grenzproduktivitäten der Arbeit in beiden Anlagen angleichen und auf ein Niveau bringen, welches dem Quotienten aus Lohn und Outputpreis entspricht. Durch Umverteilung der Arbeit von der neuen zu der alten Anlage können wir die Grenzproduktivitäten in der alten Anlage senken und in der neuen Anlage erhöhen. So können die Grenzproduktivitäten angeglichen werden. Liegen sie jetzt zu niedrig, dann müssen wir von beiden Anlagen Arbeit abziehen. Liegen sie über dem Quotienten aus Lohn und Outputpreis, dann müssen wir beiden Anlagen Arbeit zuführen.

(3.) Wenn der Absatzpreis p steigt (c.p.), dann reduzieren sich die Quotienten aus Faktorpreisen und Outputpreis. Die Grenzproduktivitäten gehen zurück und die Faktornachfragen steigen.

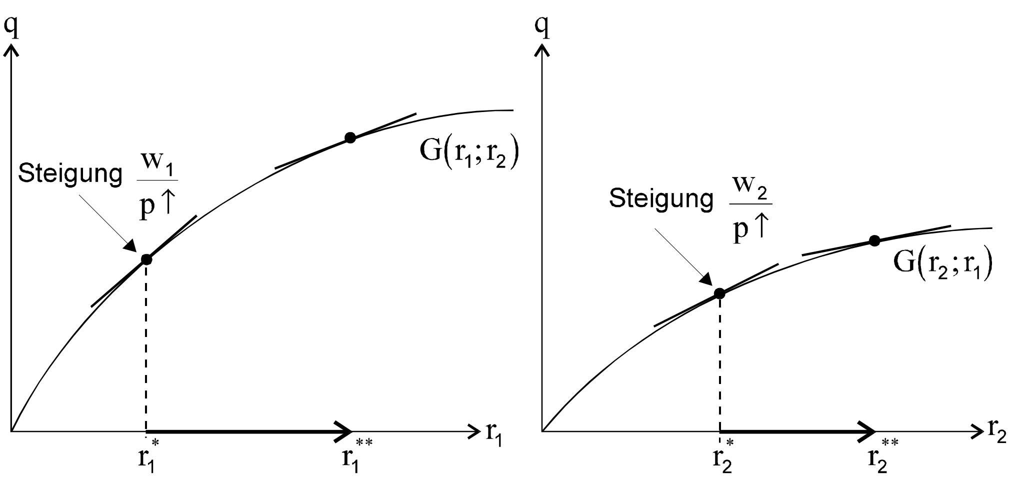


Abb. 147: Faktornachfrage

(4.)

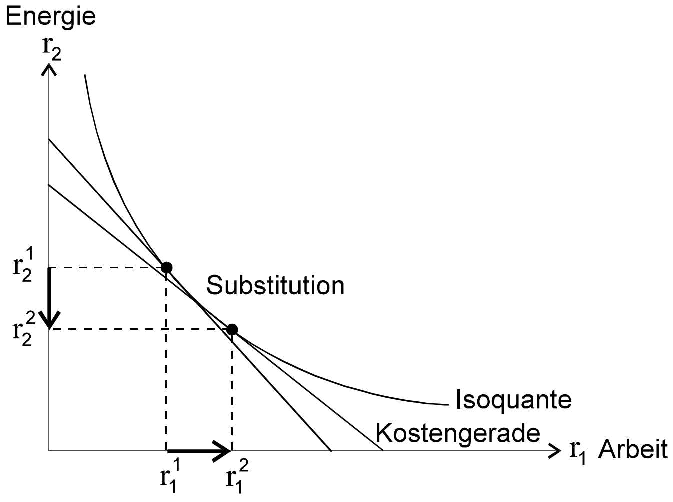


Abb. 148: Energiekostenerhöhung

(5.1) Eine linear-limitationale Produktionsfunktion weist technisch bedingte dominante Einsatzverhältnisse der Produktionsfaktoren auf. Wenn man von diesen dominanten Verhältnissen abweicht, indem man z.B. eine Faktoreinsatzmenge erhöht, dann verändert sich die Ausbringungsmenge nicht.

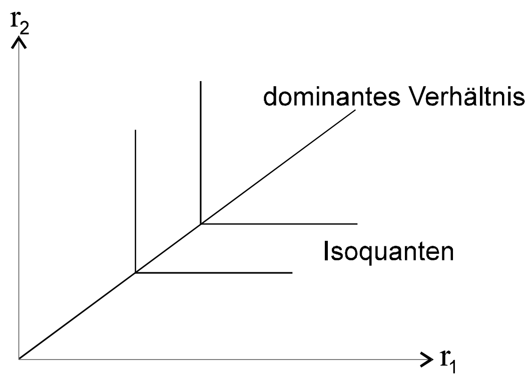


Abb. 149: Linear-limitationale Produktionsfunktion

(5.2) Bei einer substitutionalen Produktionsfunktion lassen sich die Faktoren gegeneinander substituieren. Wenn man also die Faktoreinsatzmenge eines Faktors erhöht (c.p.), dann kann man bei gleicher Ausbringungsmenge die Einsatzmenge eines anderen Faktors verringern.

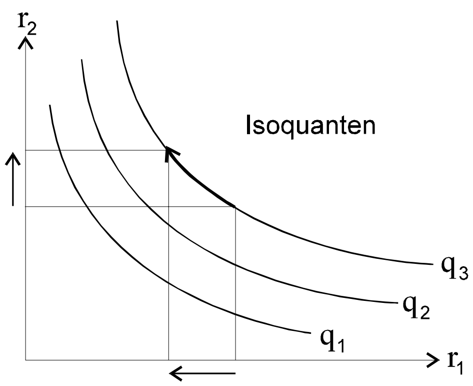


Abb. 150: substitutionale Produktionsfunktion

(5.3) Erhöhen wir alle Faktoreinsatzmengen um den gleichen Prozentsatz, dann steigt auch die Ausbringungsmenge. Sie erhöht sich um den gleichen Prozentsatz (konstante Skalenerträge), einen höheren (zunehmende Skalenerträge) oder einen niedrigeren (abnehmende Skalenerträge). Bei zunehmenden Skalenerträgen verändert sich die Ausbringungsmenge prozentual stärker als die Faktoreinsatzmengen.

vgl. S. 136 - 137 (6. Kapitel)

(1.) Mit diesem Satz sprechen wir die Tatsache an, daß die tatsächlich von Anbietern getauschten Mengen den von Nachfragern getauschten entsprechen müssen, da zu einem Tausch immer zwei Partner gehören. Insofern können wir im Nachhinein (ex post) keine Abweichung der Mengen feststellen. Ökonomisch interessant ist aber die Betrachtung der geplanten Mengen. Vor dem eigentlichen Tausch (ex post) können die geplanten Angebotsmengen erheblich von den geplanten Nachfragemengen abweichen.

(2.)

$$\begin{aligned} N_1 \; (p_1 \ldots p_{n-1}) &= 0 \\ N_2 \; (p_1 \ldots p_{n-1}) &= 0 \\ &\vdots \\ N_{n-1}(p_1 \ldots p_{n-1}) &= 0 \end{aligned}$$

(3.) Der Wert der von einem einzelnen Haushalt angebotenen Güter entspricht dem Wert der von ihm nachgefragten Güter. Wenn private Haushalte sparen, dann fließen diese Beträge über das Bankensystem per Kredit wieder dem Kreislauf zu und es kommt dadurch zu einer Güternachfrage, die dem Sparvolumen entspricht. Verschuldung bedeutet, daß man die durch Sparen verringerte Güternachfrage anderer wieder ausgleicht. Deshalb setzen private Haushalte den Wert der von ihnen angebotenen Güter wieder in eine Güternachfrage um. Betriebe bieten Güter an und verwenden den Umsatz zum Kauf von Faktoren. Wenn hierbei ein Gewinn übrig bleibt, so fließt dieser den privaten Haushalten zu, die ihn in eine Güternachfrage umsetzen. Auch für Unternehmen gilt, daß der Wert der angebotenen Güter dem Wert der nachgefragten Güter gleicht. Wenn wir nun die Gesamtheit der privaten Haushalte und Betriebe betrachten, dann kann es sich hierbei nicht anderes verhalten: Was angeboten wird entspricht im Wert dem, was in einer Volkswirtschaft nachgefragt wird.

(4.) Der Markt funktioniert danach ähnlich einer Auktion. Es gibt für die Güter Anfangspreise. Der Auktionator erkennt, daß die angebotenen Mengen mit den nachgefragten Mengen nicht in allen Märkten übereinstimmen. Er ruft infolgedessen veränderte Preise aus. Hierbei berücksichtigt er den Systemzusammenhang zwischen allen Märkten. Durch Kaufkraft-, Substitutions- und Komplementärbeziehungen verändern sich die angebotenen und nachgefragten Mengen. Der Auktionator variiert nach einer bestimmten Regel den Preisvektor, bis in jedem Markt das geplante Angebot der geplanten Nachfrage entspricht. Erst jetzt dürfen die Akteure tauschen und die Märkte räumen.

(5.) Der Markt divergiert.

Begründung: Der Preis, die Angebots- und die Nachfragemengen oszillieren mit zunehmenden Amplituden. Sie streben nicht in einen Ruhepunkt.

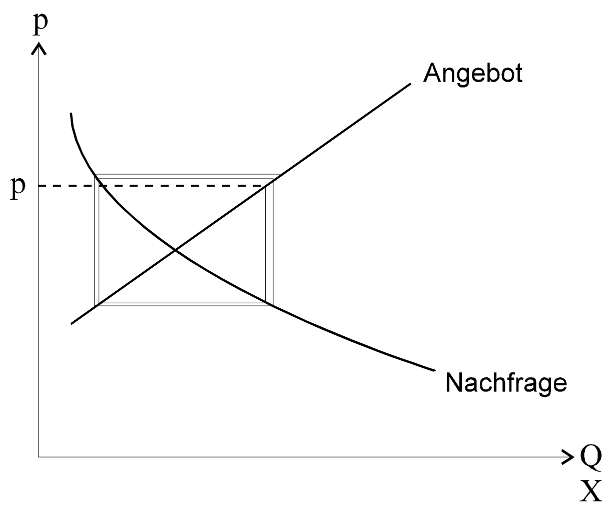


Abb. 151: Spinnetz-Modell

(6.) Aus einem Preis, den man oberhalb des Gleichgewichts festsetzt, entwickelt sich ein Überhangsangebot. Die Anbieter versuchen, unter Umgehung des Festpreises ihre Ware niedriger zu veräußern.

Liegt der festgesetzte Preis unterhalb des Gleichgewichts, dann werden zunächst die Nachfrager rationiert. Sie versuchen allerdings, unter der Hand einen höheren Preis zu bieten, um so ihre Nachfrage zu stillen.

Eine Preisfestsetzung zerstört nicht die Wettbewerbskräfte, sondern drängt sie in den Schwarzmarkt. Dieser funktioniert dann außerhalb der Legalität relativ frei.

vgl. S. 178 - 181 (7. Kapitel)

(1.) Multiple Choice

Die Preis-Absatzfunktion und die Gesamtkostenfunktion des Monopols sind korrekt eingezeichnet. Ansonsten weist die folgende Skizze Richtigkeiten und Fehler auf.

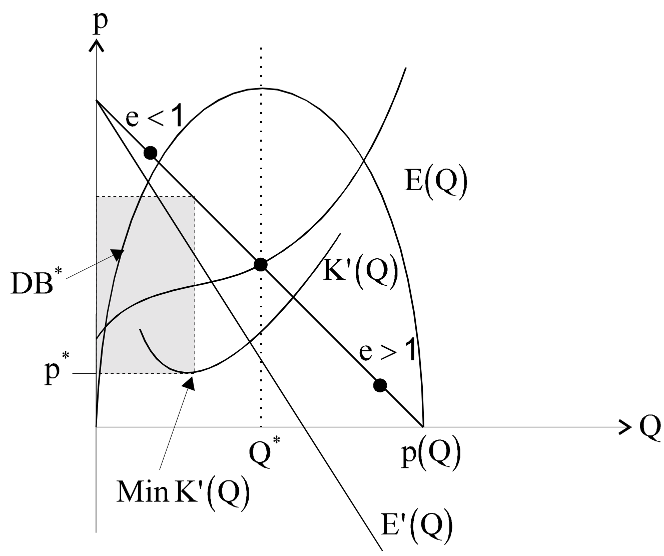


Abb. 152: Monopolmodell mit Fehlern (wie Abb. 123, S. 178)

X	falsch	Achsenbezeichnungen
X	falsch	Erlösfunktion $E(Q)$
richtig	**X**	Grenzerlösfunktion $E'(Q)$
X	falsch	Grenzkostenfunktion $K'(Q)$
richtig	**X**	langfristige Preisuntergrenze im Einproduktunternehmen p^*
richtig	**X**	optimale Menge Q^*
richtig	**X**	maximaler Deckungsbeitrag DB^*

richtig	**X**

Elastizitätsangaben

(2.1) Preis-Mengen Punkte:

$$p^1 = 12 \qquad Q^1 = 24$$

$$p^2 = 10 \qquad Q^2 = 24 + 8 = 32$$

Lineare Preis-Absatzfunktion (PAF):

$$p(Q) = A - B \cdot Q$$

$$12 = A - B \cdot 24$$

$$10 = A - B \cdot 32$$

Lösung für A und B:

$$A = 12 + B \cdot 24$$

$$10 = 12 + B \cdot 24 - B \cdot 32$$

$$10 = 12 - B \cdot 8$$

$$B \cdot 8 = 2$$

$$B = \frac{1}{4}$$

$$10 = A - \frac{1}{4} \cdot 32$$

$$A = 18$$

Die Preis-Absatzfunktion lautet:

$$p(Q) = 18 - \frac{1}{4} \cdot Q$$

(2.2) $\Pi^A(q_A;q_B) = p(Q)\cdot q_A - K(q_A)$

$$\Pi^A(q_A;q_B) = \left(18-\frac{1}{4}\cdot q_A - \frac{1}{4}\cdot q_B\right)\cdot q_A - 4\cdot q_A - K_f$$

$$\Pi^A(q_A;q_B) = 18\cdot q_A - \frac{1}{4}\cdot q_A^2 - \frac{1}{4}\cdot q_A\cdot q_B - 4\cdot q_A - K_f$$

$$\Pi^A(q_A;q_B) = 14\cdot q_A - \frac{1}{4}\cdot q_A^2 - \frac{1}{4}\cdot q_A\cdot q_B - K_f$$

$$\Pi^A_{q^A}{}'(q_A;q_B) = 14-\frac{1}{2}\cdot q_A - \frac{1}{4}\cdot q_B = 0$$

$$\frac{1}{2}\cdot q_A = 14-\frac{1}{4}\cdot q_B$$

$$\boxed{R^A:\quad q_A = 28-\frac{1}{2}\cdot q_B}$$

$$\Pi^B(q_B;q_A) = p(Q)\cdot q_B - K(q_B)$$

$$\Pi^B(q_B;q_A) = \left(18-\frac{1}{4}\cdot q_A - \frac{1}{4}\cdot q_B\right)\cdot q_B - 8\cdot q_B - K_f$$

$$\Pi^B(q_B;q_A) = 18\cdot q_B - \frac{1}{4}\cdot q_A\cdot q_B - \frac{1}{4}\cdot q_B^2 - 8\cdot q_B - K_f$$

$$\Pi^B(q_B;q_A) = 10\cdot q_B - \frac{1}{4}\cdot q_A\cdot q_B - \frac{1}{4}\cdot q_B^2 - K_f$$

$$\Pi^B_{q^B}{}'(q_B;q_A) = 10-\frac{1}{4}\cdot q_A - \frac{1}{2}\cdot q_B = 0$$

$$\frac{1}{2}\cdot q_B = 10-\frac{1}{4}\cdot q_A$$

$$\boxed{R^B:\quad q_B = 20-\frac{1}{2}\cdot q_A}$$

(2.3) $q_A^1 = 28$ [Monopolmenge des Innovators]

$$q_A^1 = 20 - \frac{1}{2} \cdot 28$$

$$= 20 - 14 \qquad = 6 \qquad \text{[Marktzutrittsmenge des Imitators]}$$

(2.4) Mit Hilfe von R^B substituieren wir q_B in R^A:

$$q_A^* = 28 - \frac{1}{2} \cdot \left(20 - \frac{1}{2} \cdot q_A^*\right)$$

$$q_A^* = 28 - 10 + \frac{1}{4} \cdot q_A^*$$

$$q_A^* = 18 + \frac{1}{4} \cdot q_A^*$$

$$\frac{3}{4} \cdot q_A^* = 18$$

$$q_A^* = 24$$

$$q_B^* = 20 - \frac{1}{2} \cdot 24 \qquad = 8$$

$$Q^* = 32$$

$$p(32)^* = 10$$

$$DB^A(24;8)^* = 10 \cdot 24 - 4 \cdot 24 \qquad = 144$$

$$DB^B(8;24)^* = 10 \cdot 8 - 8 \cdot 8 \qquad = 16$$

$$s^{A^*} = \frac{24}{32} \quad = \frac{3}{4}$$

$$s^{B^*} = \frac{8}{32} \quad = \frac{1}{4}$$

$$\mathbf{H}^* = \frac{24^2 + 8^2}{32^2} \qquad = \frac{576 + 64}{1024} \qquad = 0{,}625$$

(2.5)

$$\begin{aligned}DB^A(q_A;q_B) &= \left(18-\frac{1}{4}\cdot q_A-\frac{1}{4}\cdot q_B\right)\cdot q_A-4\cdot q_A\\&=18\cdot q_A-\frac{1}{4}\cdot q_A^2-\frac{1}{4}\cdot q_A\cdot q_B-4\cdot q_A\\&=14\cdot q_A-\frac{1}{4}\cdot q_A^2-\frac{1}{4}\cdot q_A\cdot q_B \quad =16\end{aligned}$$

Reaktionsfunktion R^A:

$$q_A \quad = 28-\frac{1}{2}\cdot q_B$$

Umstellen nach q_B:

$$q_B \quad = 56-2\cdot q_A$$

Substituieren von q_B in DB^A:

$$\begin{aligned}14\cdot q_A-\frac{1}{4}\cdot q_A^2-\frac{1}{4}\cdot q_A\cdot(56-2\cdot q_A) &= 16\\\frac{1}{4}\cdot q_A^2 &= 16\\q_A &= 8\end{aligned}$$

Einsetzen von $q_A = 8$ in R^A:

$$\begin{aligned}q_B^* &= 56-2\cdot 8\\q_B^* &= 40\end{aligned}$$

Mit der Menge $q_B^* = 40$ kann Unternehmen A auf einen Deckungsbeitrag von 16 gezwungen werden.

Probe:

$$DB^A(q_A;q_B) \quad = 14\cdot 8-\frac{1}{4}\cdot 64-\frac{1}{4}\cdot 8\cdot 40 \qquad = 16$$

(3.1) Preis-Mengen Punkte:

$$p^1 = 31 \qquad q^a = 25 \qquad q^b = 36\frac{1}{2} - \frac{1}{2} \cdot 25 = 24 \qquad Q^1 = 49$$

$$p^1 = 32\frac{1}{2} \qquad q^a = 22 \qquad q^b = 36\frac{1}{2} - \frac{1}{2} \cdot 22 = 25\frac{1}{2} \qquad Q^1 = 47\frac{1}{2}$$

Lineare Preis-Absatzfunktion:

$$p(Q) = A - B \cdot Q$$

$$31 = A - B \cdot 49$$

$$32\frac{1}{2} = A - B \cdot 47\frac{1}{2}$$

Lösung für A und B:

$$A = 31 + B \cdot 49$$

$$32\frac{1}{2} = 31 + B \cdot 49 - B \cdot 47\frac{1}{2}$$

$$B = 1$$

$$31 = A - 49$$

$$A = 80$$

Die Preis-Absatzfunktion lautet:

$$p(Q) = 80 - Q$$

Die Kostenfunktion lautet:

$$K^a\left(q^a\right) = 100 + 5 \cdot q^a$$

(3.2) $$\Pi^a\left(q^a; q^b\right) = p(Q) \cdot q^a - K\left(q^a\right)$$

$$\Pi^a\left(q^a; q^b\right) = \left(80 - q^a - q^b\right) \cdot q^a - 100 - 5 \cdot q^a$$

$$\Pi^a\left(q^a; q^b\right) = 75 \cdot q^a - q^{a2} - q^a \cdot q^b - 100$$

$$\Pi^{a'}_{q^a}\left(q^a; q^b\right) = 75 - 2 \cdot q^a - q^b = 0$$

$$\boxed{R^a: \quad q^a = 37\frac{1}{2} - \frac{1}{2} \cdot q^b}$$

Substituieren von q^b mit Hilfe von R^b:

$$q^{a^*} = 37\frac{1}{2} - \frac{1}{2} \cdot \left(36\frac{1}{2} - \frac{1}{2} \cdot q^{a^*}\right)$$

$$q^{a^*} = 19\frac{1}{4} + \frac{1}{4} \cdot q^{a^*}$$

$$\frac{3}{4} \cdot q^{a^*} = 19\frac{1}{4}$$

$$q^{a^*} = 25\frac{2}{3}$$

Einsetzen von $q^{a^*} = 25$ in R^b:

$$q^{b^*} = 36\frac{1}{2} - \frac{1}{2} \cdot 25\frac{2}{3}$$

$$q^{b^*} = 23\frac{2}{3}$$

$$Q^* = q^{a^*} + q^{b^*}$$

$$Q^* = \frac{77}{3} + \frac{69}{3} = \frac{146}{3} = 48\frac{2}{3}$$

Berechnung des Marktanteils:

$$s^{a^*} = \frac{25\frac{2}{3}}{48\frac{2}{3}} \cdot 100 = 52{,}74\,\%$$

(3.3)

$$\Pi^b\left(q^b;q^a\right)= \left(80-q^a-q^b\right)\cdot q^b-80-7\cdot q^b \quad =0$$

$$\Pi^b\left(q^b;q^a\right)= 80\cdot q^b-q^{b^2}-q^a\cdot q^b-80-7\cdot q^b \quad =0$$

$$\Pi^b\left(q^b;q^a\right)= 73\cdot q^b-q^{b^2}-q^a\cdot q^b-80 \quad =0$$

Auflösung von R^b nach q^a:

$$R^b: \quad q^b = 36\frac{1}{2}-\frac{1}{2}\cdot q^a$$

$$\frac{1}{2}\cdot q^a = 36\frac{1}{2}-q^b$$

$$q^a = 73-2\cdot q^b$$

Substitution von q^a in $\Pi^b\left(q^b;q^a\right)$:

$$73\cdot q^b-q^{b^2}-\left(73-2\cdot q^b\right)\cdot q^b-80 \quad =0$$

$$73\cdot q^b-q^{b^2}-73\cdot q^b+2\cdot q^{b^2}-80 \quad =0$$

$$q^{b^2} = 80$$

$$q^b = \pm 8{,}94$$

$$q^{a^*} = 73-2\cdot 8{,}94 = 55{,}12$$

Probe (Rundungsfehler):

$$\Pi^b\left(q^b;q^a\right)= 73\cdot 8{,}94-55{,}12\cdot 8{,}94-8{,}94^2-80 \quad \approx 0$$

(4.)

$$\Pi(Q) = p(Q)\cdot Q-K(Q)$$

$$\Pi'(Q) = \frac{dp(Q)}{dQ}\cdot Q+p(Q)-K'(Q) \quad =0$$

$$= \frac{dp(Q)}{dQ}\cdot\frac{Q}{p(Q)}\cdot p(Q)+p(Q)-K'(Q) \quad =0$$

$$\left(1-\frac{1}{e}\right)\cdot p(Q) = K'(Q)$$

$$\left(1-\frac{1}{2}\right)\cdot 30 \quad = 15$$

$$K'(30) \quad = 15$$

vgl. S. 202 - 204 (8. Kapitel)

(1.) Multiple Choice

richtig	**X**

Werte leiten sich aus dem Nutzen her. Werte kann man ...

X	falsch

Nach dem Paretokriterium gilt: Führe ...

richtig	**X**

Private Güter sind solche, die wir gerne konsumieren.

X	falsch

Vom Konsum externer Güter kann man sich nicht ausschließen.

X	falsch

Wenn ein Konsument ein Gut verbraucht ...

richtig	**X**

Produzenten verursachen soziale Kosten, Konsumenten nicht.

(2.1)

$$p(Q) \quad = 40-\frac{1}{2}\cdot Q$$

$$\Pi(Q) \quad = p(Q)\cdot Q - K(Q)$$

$$\frac{dp(Q)}{dQ}\cdot Q^* + p(Q^*) \quad = K'(Q^*)$$

$$-\frac{1}{2}\cdot Q^* + \left(40-\frac{1}{2}\cdot Q^*\right) \quad = 10$$

$$Q^* \quad = 30$$

$$p(30) \quad = 40-\frac{1}{2}\cdot 30 \quad = 25$$

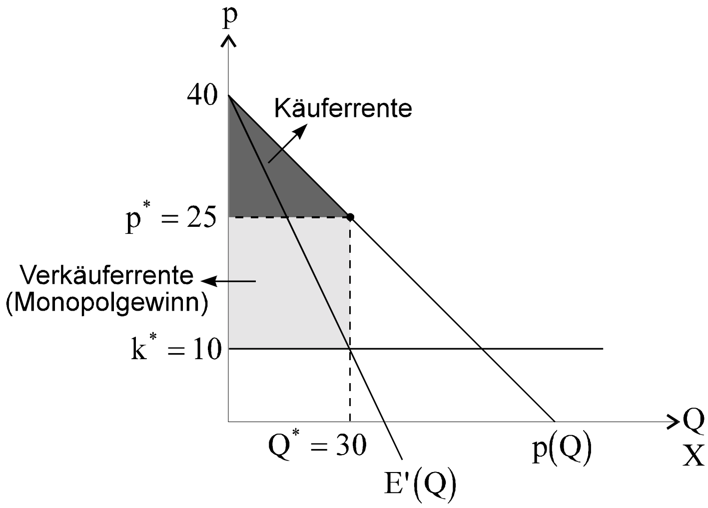


Abb. 153: Käufer- und Verkäuferrente

(2.2) Käuferrente: $\frac{(40-25)\cdot 30}{2} = 225$

Verkäuferrente: $(25-10)\cdot 30 = 450$

(2.3)

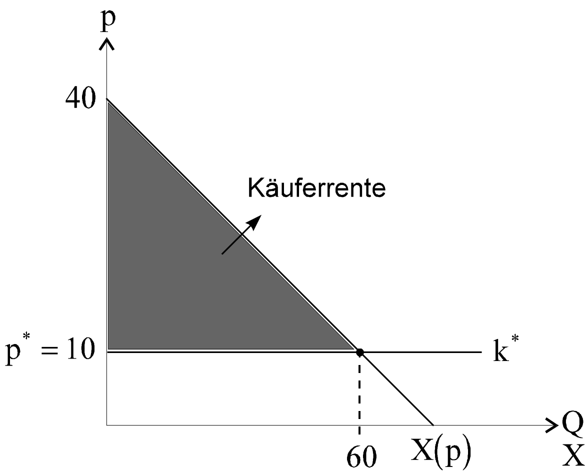


Abb. 154: Käufer- und Verkäuferrente

$$Q(p) = 80 - 2\cdot p$$

$$Q(10) = 80 - 2\cdot 10 = 60$$

Käuferrente: $\frac{(40-10)\cdot 60}{2} = 900$

Verkäuferrente: Die Verkäuferrente beträgt Null, da der Preis den konstanten Stückkosten entspricht.

(2.4)

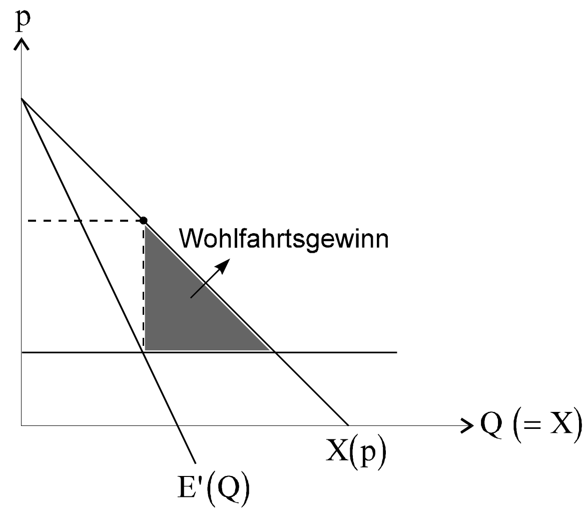


Abb. 155: Wohlfahrtsgewinn

Die Zunahme der Käuferrente übersteigt die Abnahme der Verkäuferrente um die Fläche des schattierten Dreiecks.

(3.)

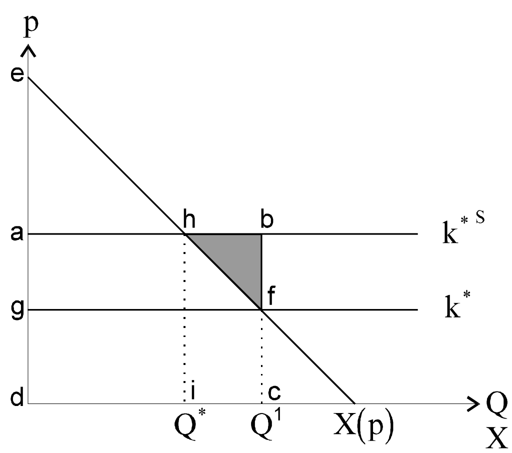


Abb. 156: Wohlfahrtsgewinn

Bei Q^1 fallen für die Volkswirtschaft die Gesamtkosten a-b-c-d an. Die Käuferrente beträgt brutto e-f-g und netto nur e-h-a, von dem wir noch h-b-f abziehen müssen.

Werden durch Umweltsteuern die sozialen Kosten privatisiert, dann reduziert sich Q auf Q^*. Die volkswirtschaftlichen Kosten betragen jetzt a-h-i-d und die Konsumentenrente erhöht sich auf e-h-a. Damit tritt ein Wohlfahrtsgewinn in Höhe von h-b-f ein.

9.2 Differential- und Integralrechnung

Zahlenmengen

Natürliche Zahlen	$\mathbb{N}$	1, 2, 3, 4, ...
Ganze Zahlen	$\mathbb{Z}$	... -2, -1, 0 , 1 , 2, 3, ... Die Menge der ganzen Zahlen schließt die Menge der natürlichen Zahlen ein.
Rationale Zahlen	$\mathbb{Q}$	$\frac{1}{2}, \frac{1}{6}, \frac{2}{2}, \frac{6}{3}, -\frac{7}{8}, -\frac{10}{2}, \frac{0}{3}$ a und b seien beliebige ganze Zahlen. Aus den Quotienten $\frac{a}{b}, b \neq 0$, erhalten wir die Menge der rationalen Zahlen. Sie schließt die Menge der ganzen Zahlen ein.
Reelle Zahlen	$\mathbb{R}$	rationale und irrationale Zahlen (irrationale Zahlen: Eulersche Zahl ε; Umfang π eines Kreises mit Radius $\frac{1}{2}$; $\sqrt{2}$)

Abbildungen:

D und W seien zwei Mengen. Eine Vorschrift *f* , die jedem Argument x aus dem Definitionsbereich D, $x \in D$, genau <u>einen</u> Bildpunkt y aus dem Wertebereich W, $y \in W$, zuordnet, heißt „Abbildung *f* von D nach W“.

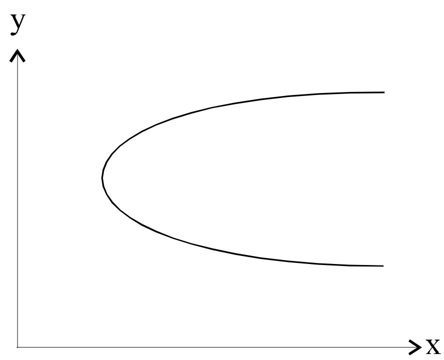


Abb. 157: keine mathematische Abbildung

Es handelt sich bei dem dargestellten Graphen nicht um eine mathematische Abbildung, da einigen x-Werten zwei y-Werte zugeordnet sind.

Funktionen

Bei Funktionen handelt es sich um Abbildungen, wobei die Definitions- und Wertebereiche Teilmengen der reellen Zahlen sind.

Folgen

Unter einer Folge reeller Zahlen verstehen wir eine Abbildung $f: \mathbb{N} \to \mathbb{R}$. Jedem $n \in \mathbb{N}$ (Index) ist ein $a_n \in \mathbb{R}$ zugeordnet.

Beispiel:

$$a_n = \frac{n}{n+1} \qquad a_n: \frac{1}{2}, \frac{2}{3}, \frac{3}{4}, \ldots$$

Konvergenz von Folgen

Sei (a_n), $n \in \mathbb{N}$, eine Folge reeller Zahlen. Die Folge heißt konvergent gegen die Zahl $a \in \mathbb{R}$ (in Zeichen: $\lim\limits_{n\to\infty} a_n = a$), falls gilt:

Zu jedem $\varepsilon > 0$ gibt es ein $N(\varepsilon) \in \mathbb{N}$, so daß $|a_n - a| < \varepsilon$ für alle $n \geq N(\varepsilon)$.

Die Zahl a bezeichnen wir als Grenzwert. ε definiert eine Umgebung der Zahl a. In der Umgebung ($a-\varepsilon$, $a+\varepsilon$) liegen unendlich viele Argumente der Folge. Außerhalb der Umgebung liegen nur endlich viele Argumente. Wir können uns deshalb mit der Folge beliebig dicht dem Wert a annähern.

Beispiel:

Die Folge $a_n = 2 + \frac{1}{n}$ konvergiert gegen die Zahl 2. Für $\varepsilon = \frac{1}{4}$ beträgt $n = 5$, da $a_5 = 2 + \frac{1}{5}$ die Bedingung $|a_5 - 2| < \frac{1}{4}$ erfüllt und $n = 4$ die Bedingung nicht erfüllt. Alle a_n mit $n \geq 5$, (unendlich viele) liegen in der Umgebung, alle a_n mit $n < 5$ (endlich viele) liegen außerhalb der Umgebung. Wir können nun das ε beliebig klein wählen. Es wird immer eine Indexzahl N geben, so daß $|a_n - a| < \varepsilon$ für (unendlich viele) Argumente $a_n, n \geq N$.

Grenzwert einer Funktion

Sei $f: D \to \mathbb{R}$ eine Funktion mit $D \subset \mathbb{R}$. Dann heißt f an einer Stelle x_0 konvergent gegen eine Zahl $a \in \mathbb{R}$, falls für jede gegen x_0 konvergente Folge von Argumenten a_n die Folge der Bildpunkte $f(x_n)$ gegen a konvergiert.

Bei der Definition des Grenzwertes gilt es zu bedenken, daß a nicht mit dem Bildpunkt $f(x_0)$ identisch sein muß. x_0 muß nicht ein Element des Definitionsbereiches sein. Es kann hier durchaus eine Lücke bestehen.

Beispiel:

$$f(x) = \begin{Bmatrix} 1 & \text{für } x > 0 \\ 1 & \text{für } x < 0 \\ \text{nicht definiert} & \text{für } x = 0 \end{Bmatrix}$$

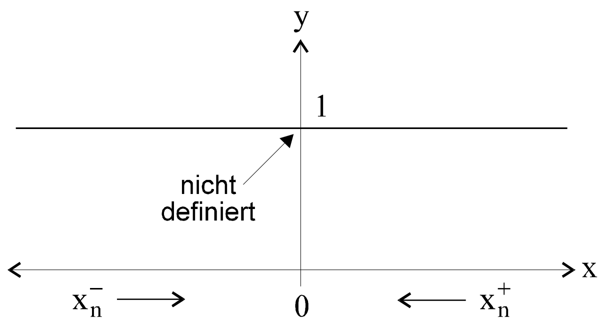


Abb. 158: Grenzwert einer Funktion

$$\lim_{x_n^- \to 0} f(x) = 1 \qquad \text{für } x_n^- < 1 \qquad \text{(linksseitiger Grenzwert)}$$

$$\lim_{x_n^+ \to 0} f(x) = 1 \qquad \text{für } x_n^+ > 1 \qquad \text{(rechtsseitiger Grenzwert)}$$

Die Folgen der Bildpunkte konvergieren gegen den Grenzwert 1, welcher selber keinen Bildpunkt der Funktion an der Stelle $x = 0$ darstellt.

Stetigkeit

Sei $f\colon D \to \mathsf{R}$ eine Funktion mit $D \subset \mathsf{R}$. Dann heißt f an einer Stelle $x_0 \in D$ stetig, falls für <u>jede</u> gegen x_0 konvergente Folge von Argumenten a_n die Folgen der Bildpunkte $f(x_n)$ gegen $f(x_0)$ konvergieren. Ist f stetig für alle $x \in D$, dann heißt die Funktion stetig in D.

Stetigkeit ist also ein besonderer Fall der Konvergenz von Funktionen.

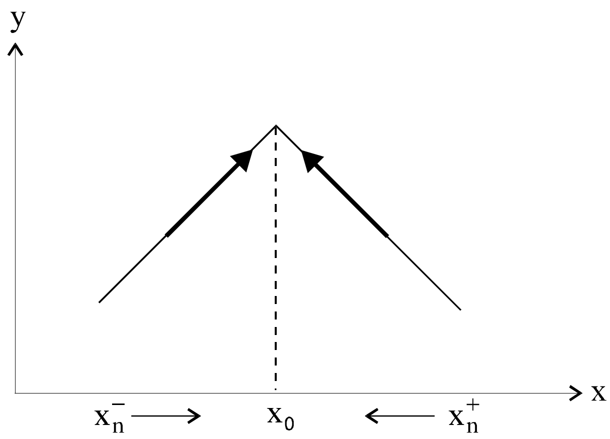


Abb. 159: Stetig an der Stelle x_0

Beispiel:

Die nachfolgende Funktion ist konvergent aber nicht stetig an der Stelle $x = 0$.

$$f(x) = \begin{cases} 1 & \text{für } x > 0 \\ 1 & \text{für } x < 0 \\ 0 & \text{für } x = 0 \end{cases}$$

Funktion des Differenzenquotienten

Die Funktion des Differenzenquotient $f(\Delta x; x_0)$ der Funktion g zeigt die Steigung der Sekante durch die Punkte $(x_0, g(x_0))$ und $(x_0 + \Delta x, g(x_0 + \Delta x))$ an:

$$f(\Delta x; x_0) = \frac{\Delta x}{\Delta y} = \frac{g(x_0 + \Delta x) - g(x_0)}{\Delta x}$$

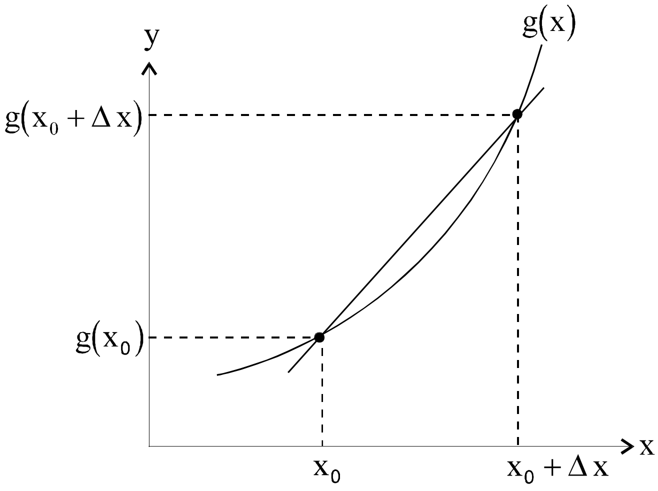


Abb. 160: Differenzenquotient

Differentialrechnung

Die Steigung einer Funktion $g(x)$ an der Stelle x_0 definieren wir als den Grenzwert des Differenzenquotienten $f(\Delta x; x_0)$ für $\Delta x \to 0$. Hierbei bilden wir beliebige Folgen (x_n), die gegen x_0 konvergieren. Um die Bildpunkte dieser Folgen zu erhalten, berechnen wir den Differenzenquotient. Den Grenzwert der Differenzenquotienten bezeichnen wir als Ableitung $g'(x_0)$ der Funktion $g(x)$. Existiert dieser Grenzwert, dann konvergieren die Differenzquotienten aller Folgen $(x_n)_{x_n \to x_0}$ gegen die gleiche Zahl $g'(x_0)$. g heißt an der Stelle x_0 differenzierbar, wenn der Grenzwert

$$g'(x_0) = \lim_{\Delta x \to 0} f(\Delta x; x_0) = \lim_{\Delta x \to 0} \frac{g(x_0 + \Delta x) - g(x_0)}{\Delta x}$$

existiert.

Notwendige Bedingung für die Differenzierbarkeit der Funktion $g(x)$ ist deren Stetigkeit.

Beispiel:

Für die folgende Funktion g berechnen wir den Grenzwert des Differenzenquotienten:

$$g(x) = 3x^2 + 6x - 5$$

$$g'(x_0) = \lim_{\Delta x \to 0} \frac{\left[3(x_0 + \Delta x)^2 + 6(x_0 + \Delta x) - 5\right] - \left[3x_0^{\ 2} + 6x_0 - 5\right]}{\Delta x}$$

$$= \lim_{\Delta x \to 0} \frac{6x_0\Delta x + 3\Delta x^2 + 6\Delta x}{\Delta x}$$

$$= \lim_{\Delta x \to 0} 6x_0\Delta x + \lim_{\Delta x \to 0} 3\Delta x_0 + \lim_{\Delta x \to 0} 6$$

$$= 6x_0 + 6$$

Ableitungsregeln

Funktionstyp: Polynom

$$y = A + B \cdot x + C \cdot x^2 + D \cdot \frac{1}{x^3}$$

$$= A \cdot x^0 + B \cdot x + C \cdot x^2 + D \cdot x^{-3}$$

Ableitung:

$$y' = A \cdot 0 \cdot x^{0-1} + B \cdot 1 \cdot x^{1-1} + C \cdot 2 \cdot x^{2-1} + D \cdot (-3) \cdot x^{-4}$$

$$= B + 2C \cdot x - 3\frac{1}{x^4}$$

Wir sehen, daß die additive Konstante A beim Differenzieren wegfällt. Die multiplikativen Konstanten B, C und D bleiben erhalten. Die Konstanten werden beim Ableiten mit den jeweiligen Exponenten der Ableitungsvariablen multipliziert. Die Exponenten werden um jeweils 1 verringert. Außerdem erkennen wir, daß die Ableitung der Summe von Funktionen gleich der Summe der Einzelableitungen ist.

Funktionstyp: Produkt zweier Funktionen

$$y = g(x) \cdot h(x)$$

Ableitung:

$$y' = g'(x) \cdot h(x) + g(x) \cdot h'(x)$$

Quotienten zweier Funktionen können nach der Produktregel abgeleitet werden:

$$y = \frac{g(x)}{h(x)} = g(x) \cdot [h(x)]^{-1}$$

Funktionstyp: Verkettung von Funktionen

$$y = g[h(x)]$$

Ableitung:

$$y' = g'[h(x)] \cdot h'(x)$$

Um verkettete Funktionen zu differenzieren, leiten wir zunächst die äußere Funktion ab und multiplizieren das Ergebnis mit der Ableitung der inneren Funktion.

Integration

Unbestimmtes Integral

Es sei eine Funktion $g(x)$ gegeben und wir möchten die Funktion $G(x)$ finden, deren Ableitung gerade $g(x)$ ergibt. Die Funktion $G(x)$ nennen wir Stammfunktion von g, wenn für alle x gilt: $G'(x) = g(x)$. Wenn wir die Stammfunktion $G(x)$ gefunden haben, dann sind auch die Funktionen $G(x) + C$ Stammfunktionen. C steht hierbei für eine beliebige Konstante, die beim Differenzieren wegfällt. Die Menge aller Stammfunktionen $\{ G(x)+C \mid C \in \mathbb{R}\}$ bezeichnen wir als das unbestimmte Integral von $g(x)$. Wir schreiben

$$\int g(x)dx = G(x) + C$$

Beispiel:

Das unbestimmte Integral von x^a lautet:

$$\int x^a dx = \frac{1}{a+1}x^{a+1} + C$$

Bestimmtes Integral

Findet die Integration über ein definiertes Intervall I mit einer unteren Grenze a und einer oberen Grenze b statt: $x \in [a,b]$, dann sprechen wir von einem bestimmten Integral:

$$\int_a^b g(x)dx \quad = G(b) + C - G(a) - C \quad = G(b) - G(a)$$

Beispiel

$$\int_1^2 x^2 dx \; = \frac{1}{3}x^3\bigg|_1^2$$

$$= \frac{1}{3}\cdot 2^3 - \frac{1}{3}\cdot 1^3$$

$$= \frac{8}{3} - \frac{1}{3}$$

$$= \frac{7}{3}$$

9.3 Literaturempfehlungen

BÖVENTER, E.v. u.a., Einführung in die Mikroökonomie, 8. Aufl., München 1995.

DEMMLER, H., Grundlagen der Mikroökonomie, 2. Aufl., München 1995.

FEHL, U., OBERENDER, P., Grundlagen der Mikroökonomie, 6. Aufl, München 1994.

FRANKE, J., Grundzüge der Mikroökonomie, 5. Aufl., München 1992.

HARDES, H.D., MERTES, J., Grundzüge der Volkswirtschaftslehre, 4. Aufl., München 1994.

HELMSTÄDTER, E., Wirtschaftstheorie I, 4. Aufl., München 1991.

HENDERSON, J.M., QUANDT, R.E., Mikroökonomische Theorie, 5. Aufl., München 1983.

HERDZINA, K., Einführung in die Mikroökonomik, 4. Aufl, München 1995.

HILLEBRAND, K.A., Elementare Mikroökonomie, München 1992.

HOYER, W., RETTIG, R., Grundlagen der mikroökonomischen Theorie, 3. Aufl., Düsseldorf 1993.

KREPS, D.M., Mikroökonomische Theorie, Landberg/Lech 1994.

LANCASTER, K., Moderne Mikroökonomie, 4. Aufl., Frankfurt 1991.

LINDE, R., Einführung in die Mikroökonomie, Stuttgart 1992.

o.V., Gabler Wirtschaftslexikon, 13. Aufl., Wiesbaden 1993.

PFUFF, F., Mathematik für Wirtschaftswissenschaftler, Bd. 1 u.2, Wiesbaden 1995

REISS, W., Mikroökonomische Theorie, 3. Aufl., München 1996.

SCHNEIDER, H., Mikroökonomie, 5. Aufl., München 1995.

SCHUMANN, J., Grundzüge der mikroökonomischen Theorie, 6. Aufl., Berlin 1992.

STOBBE, A., Mikroökonomik, 2. Aufl., Berlin 1991.

VARIAN, H.R., Mikroökonomie, 3. Aufl., München 1994.

WEISE, P. u.a., Neue Mikroökonomie, 3. Aufl., Würzburg 1993.

9.4 Stichwortverzeichnis

A

B

C

D

E

H

I

J

K

L

M

N

Ö

O

Z